COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 JUIN 1871,

PRÉSIDÉE PAR M. DELAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le Président de l'Institut invite l'Académie à vouloir bien désigner l'un de ses Membres pour la représenter, comme lecteur, dans la prochaine séance trimestrielle, qui est fixée au mercredi 5 juillet prochain.

MÉCANIQUE. — *Mémoire sur le principe de la moindre action;* *par* **M. J.-A. Serret** (1).

« **1.** La première idée de la propriété qui constitue le principe dit de *la moindre action* est due à Euler; ce grand géomètre démontra effectivement, dès 1744, à la fin de son *Traité des isopérimètres,* que, dans les trajectoires décrites par des forces centrales, l'intégrale de la vitesse multipliée par l'élément de la courbe est toujours un *maximum* ou un *minimum*. Lagrange montra ensuite, en 1760 (*), que la même propriété peut être étendue au mouvement d'un système quelconque de corps, pourvu que le *principe des forces vives* ait lieu, et il en développa l'application à la solution d'un assez grand

(1) L'Académie a décidé que cette Communication, bien que dépassant en étendue les limites réglementaires, serait insérée en entier au *Compte rendu*.

(*) *Miscellanea Taurinensia*, t. II, ou *OEuvres de Lagrange*, t. I, p. 365.

nombre de problèmes. Aussi l'illustre auteur de la *Mécanique analytique* jugea-t-il plus tard que la propriété dont il s'agit méritait, à raison de son importance, de faire l'objet d'un nouveau principe général de dynamique, qu'il appela de *la moindre action*, sans se dissimuler la défectuosité de cette dénomination, renouvelée de Maupertuis (*).

» Pour faire usage du principe de la moindre action dans la solution des problèmes de mécanique, il suffit d'égaler à zéro la *variation* de l'intégrale dont la valeur est un *maximum* ou un *minimum*, et le résultat qu'on obtient ainsi ne diffère pas, au fond, de la formule générale de la dynamique. Il est donc peu important, à ce point de vue, de savoir si le maximum ou le minimum *a lieu effectivement* : ce qu'il faut, c'est, je le répète, que la variation de l'intégrale soit nulle, et la démonstration que Lagrange a donnée de son principe n'établit pas autre chose.

» Mais il n'en est pas moins d'un haut intérêt pour l'Analyse et pour la Mécanique générale qu'une propriété aussi remarquable du mouvement soit connue exactement. Je suis parvenu heureusement à combler la lacune qui existait à cet égard, en calculant la variation du deuxième ordre de l'intégrale dont la variation du premier ordre est nulle; cette variation du deuxième ordre est toujours positive, et l'on peut affirmer, en conséquence, que *le minimum a lieu effectivement*.

» L'analyse que je développe dans ce Mémoire est, je crois, la première application importante qui ait été faite du *Calcul des variations* à la distinction du *maximum* et du *minimum;* aussi mérite-t-elle peut-être, à ce point de vue, d'arrêter un instant l'attention de l'Académie.

» 2. Le principe de la moindre action dont je me propose de présenter ici une démonstration complète peut être énoncé de la manière suivante :

» *Lorsque le principe des forces vives est applicable à un système de points matériels libres ou liés entre eux et sollicités par des forces données, le mouvement du système est toujours tel, que la somme des quantités de mouvement des divers corps multipliées par les éléments des trajectoires respectives a, entre deux positions quelconques du système, une intégrale minimum. C'est-à-dire que l'intégrale dont il s'agit est moindre dans le mouvement réel que dans le mouvement nouveau qui aurait lieu si, rendant le premier mouvement impossible par l'introduction de liaisons nouvelles, on obligeait les corps à suivre, sous l'action des mêmes forces, des trajectoires infiniment voisines des premières, pour passer de la première position à la deuxième, tout en laissant subsister l'équation des*

(*) *Mécanique analytique*, troisième édition, t. I, p. 229 et 281.

forces vives et en conservant la valeur de la constante qui exprime la différence entre la demi-somme des forces vives et la fonction des forces.

» Comme la quantité de mouvement est le produit de la masse par la vitesse, et que l'élément de la trajectoire est le produit de la vitesse par l'élément du temps, si l'on désigne par $2\mathrm{T}$ la somme des forces vives des divers corps et par t le temps, l'intégrale V que nous avons à considérer aura pour valeur

$$(1) \qquad \mathrm{V} = \int_{t_0}^{t_1} 2\mathrm{T}\,dt,$$

t_0 et t_1 étant les valeurs du temps t qui répondent à deux positions successives du système ; et pour établir le principe dont nous nous occupons, il suffit de prouver que l'on a

$$\delta\mathrm{V} = 0, \quad \delta^2\mathrm{V} > 0,$$

δ étant la *caractéristique des variations.*

» 3. Si l'on rapporte la position des corps à trois axes de coordonnées rectangulaires, et que l'on désigne par x, y, z les coordonnées de la masse m, au bout du temps t, on aura

$$(2) \qquad \mathrm{T}\,dt^2 = \frac{1}{2}\Sigma m(dx^2 + dy^2 + dz^2),$$

le signe Σ s'étendant à tous les corps du système. Prenons les variations des deux membres, on aura

$$\delta\mathrm{T}\,dt^2 + 2\mathrm{T}\,dt\,\delta dt = \Sigma m(dx\,d\delta x + dy\,d\delta y + dz\,d\delta z);$$

le premier membre de cette formule est égal à

$$dt\,\delta(2\mathrm{T}\,dt) - \delta\mathrm{T}\,dt^2,$$

et le second membre peut être mis sous la forme

$$d(\Gamma\,dt) - \Psi\,dt^2,$$

en posant

$$(3) \qquad \Gamma = \Sigma m\left(\frac{dx}{dt}\delta x + \frac{dy}{dt}\delta y + \frac{dz}{dt}\delta z\right),$$

$$(4) \qquad \Psi = \Sigma m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\delta x + \frac{d^2y}{dt^2}\delta y + \frac{d^2z}{dt^2}\delta z\right);$$

on a donc

$$(5) \qquad \delta(2\mathrm{T}\,dt) = d\Gamma + (\delta\mathrm{T} - \Psi)dt,$$

et, en différentiant de nouveau avec la caractéristique δ,

$$(6) \qquad \delta^2(2\mathrm{T}\,dt) = d\delta\Gamma + (\delta\mathrm{T} - \Psi)\delta dt + (\delta^2\mathrm{T} - \delta\Psi)dt.$$

Mais la formule (1) donne, par les principes du calcul des variations,

$$\delta V = \int_{t_0}^{t_1} \frac{\delta(2T\,dt)}{dt}\,dt, \quad \delta^2 V = \int_{t_0}^{t_1} \frac{\delta^2(2T\,dt)}{dt}\,dt;$$

si donc on désigne par Γ_0, Γ_1 les valeurs de Γ qui répondent à $t = t_0$, $t = t_1$, on aura

$$(7) \qquad \delta V = (\Gamma_1 - \Gamma_0) + \int_{t_0}^{t_1} (\delta T - \Psi)\,dt,$$

$$(8) \qquad \delta^2 V = (\delta\Gamma_1 - \delta\Gamma_0) + \int_{t_0}^{t_1} \frac{(\delta T - \Psi)\,\delta\,dt}{dt}\,dt + \int_{t_0}^{t_1} (\delta^2 T - \delta\Psi)\,dt.$$

» Ces formules (7) et (8) sont générales, et elles subsistent, quelles que soient les forces qui agissent sur les corps et les liaisons du système. Mais si, comme nous le supposons essentiellement, le principe des forces vives a lieu, on a

$$(9) \qquad T - U = C,$$

en désignant par U la fonction des forces et par C une constante arbitraire. Nous supposons encore que la constante C ne varie pas dans la différentiation avec la caractéristique δ, en sorte que l'on a aussi

$$(10) \qquad \delta T = \delta U, \quad \delta^2 T = \delta^2 U.$$

» En outre, pour tous les déplacements *virtuels* compatibles avec les liaisons du système, on a, par la formule générale de la dynamique,

$$(11) \qquad \Psi - \delta U = 0;$$

et enfin, comme les coordonnées aux limites de l'intégration sont, par hypothèse, constantes, leurs variations de tous les ordres sont nulles, ce qui donne

$$\Gamma_0 = 0, \quad \Gamma_1 = 0, \quad \delta\Gamma_0 = 0, \quad \delta\Gamma_1 = 0.$$

Il suit de là que la formule (7) se réduit à

$$\delta V = 0,$$

résultat connu, et que la formule (8) devient

$$(12) \qquad \delta^2 V = \int_{t_0}^{t_1} (\delta^2 U - \delta\Psi)\,dt.$$

» 4. Pour calculer la variation du deuxième ordre $\delta^2 V$, je ferai usage

des formules de la dynamique mises sous la forme générale que Lagrange leur a donnée. Ainsi les coordonnées ayant été exprimées en fonction d'un nombre quelconque n de variables

$$q_1, q_2, \ldots, q_n,$$

si l'on fait généralement

$$dq_i = q'_i\, dt,$$

la force vive $2T$ deviendra une fonction des variables q et q', laquelle sera homogène et du deuxième degré par rapport aux q', et l'on aura

$$(13)\qquad \Psi = \sum_i \left(\frac{d\frac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt} - \frac{\partial T}{\partial q_i} \right) \delta q_i, \quad \delta U = \sum_i \frac{\partial U}{\partial q_i} \delta q_i,$$

d'où

$$(14)\qquad \Psi - \delta U = \sum_i \left(\frac{d\frac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt} - \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{\partial U}{\partial q_i} \right) \delta q_i,$$

le signe $\sum$ s'étendant aux valeurs $1, 2, \ldots, n$ de l'indice i.

» Si, en faisant usage des liaisons entre les coordonnées rectangulaires, on a réduit les variables q au plus petit nombre possible, les variations δq seront toutes arbitraires, et la formule (11) donnera les n équations du mouvement

$$(15)\qquad \frac{d\frac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt} - \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{\partial U}{\partial q_i} = 0,$$

lesquelles subsisteront tant qu'on n'introduira pas de liaisons nouvelles. Je supposerai que l'on ait procédé de cette manière. Quant à l'équation (9) des forces vives, elle persiste, ainsi que sa différentielle $dT = dU$, malgré l'introduction de liaisons nouvelles indépendantes du temps. Cette différentielle peut se déduire de l'équation (11), en remplaçant la caractéristique δ par d, et l'on a, en conséquence,

$$(16)\qquad 0 = \sum_i \left(\frac{d\frac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt} - \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{dU}{\partial q_i} \right) q'_i \,.$$

» Différentiant avec la caractéristique δ les équations (14) et (16), il vien-

dra, après la suppression des termes nuls en vertu des formules (15),

$$(17)\qquad \delta\Psi - \delta^2 U = \sum_i \left(\delta \frac{d \frac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt} - \delta \frac{\partial T}{\partial q_i} - \delta \frac{\partial U}{\partial q_i} \right) \delta q_i,$$

$$(18)\qquad o = \sum_i \left(\delta \frac{d \frac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt} - \delta \frac{\partial T}{\partial q_i} - \delta \frac{\partial U}{\partial q_i} \right) q'_i .$$

» Je poserai

$$(19)\qquad \omega = \frac{1}{2T} \sum_k \frac{\partial T}{\partial q'_k} \delta q_k,$$

le signe $\sum$ s'étendant aux valeurs $1, 2, \ldots, n$ de l'indice k, et je ferai aussi, quel que soit l'indice k,

$$(20)\qquad \alpha_k = \delta q_k - \omega q'_k ;$$

alors, si l'on retranche, de l'équation (17), l'équation (18) multipliée par ω, on aura

$$(21)\qquad \delta\Psi - \delta^2 U = \sum_i \alpha_i \left(\delta \frac{d \frac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt} - \delta \frac{\partial T}{\partial q_i} - \delta \frac{\partial U}{\partial q_i} \right).$$

» 5. Les n quantités α que nous substituerons aux δq ne sont pas, comme celles-ci, toutes arbitraires; il existe entre elles une relation linéaire. Effectivement, la formule (20) donne

$$(22)\qquad \delta q_k = \alpha_k + \omega q'_k ,$$

et en portant cette valeur de δq_k dans la formule (19), on obtient

$$(23)\qquad \sum_k \frac{\partial T}{\partial q'_k} \alpha_k = o,$$

à cause de l'équation

$$(24)\qquad 2T = \sum_k \frac{\partial T}{\partial q'_k} q'_k ,$$

qui résulte du théorème des *fonctions homogènes*.

» La différentiation de l'équation (19) donne

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{2T^2} \frac{dT}{dt} \sum_k \frac{\partial T}{\partial q'_k} \delta q_k + \frac{1}{2T} \sum_k \frac{d \frac{\partial T}{\partial q'_k}}{dt} \delta q_k + \frac{1}{2T} \sum_k \frac{\partial T}{\partial q'_k} \delta q'_k + \frac{1}{2T} \frac{\delta\, dt}{dt} \sum_k \frac{\partial T}{\partial q'_k} q'_k .$$

Mais on a

$$\sum_k \frac{\partial T}{\partial q'_k}\,\delta q'_k = \delta T - \sum_k \frac{\partial T}{\partial q_k}\,\delta q_k;$$

le deuxième et le troisième terme du second membre de la formule précédente ont donc pour somme

$$\frac{1}{2T}\left[\delta T + \sum_k \left(\frac{d\frac{\partial T}{\partial q'_k}}{dt} - \frac{\partial T}{\partial q_k}\right)\delta q_k\right] = \frac{1}{2T}(\delta T + \Psi) = \frac{\delta U}{T},$$

ou encore, à cause de la formule (22),

$$\frac{1}{T}\sum_k \frac{\partial U}{\partial q_k}\alpha_k + \frac{\omega}{T}\frac{dU}{dt};$$

mais, par les formules (19) et (24), le premier et le dernier terme de l'expression de $\frac{d\omega}{dt}$ se réduisent respectivement à $-\frac{\omega}{T}\frac{dT}{dt} = -\frac{\omega}{T}\frac{dU}{dt}$ et à $\frac{\delta dt}{dt}$; faisant donc, pour abréger l'écriture,

(25)
$$\theta = \frac{1}{T}\sum_k \frac{\partial U}{\partial q_k}\alpha_k,$$

on aura

(26)
$$\frac{d\omega}{dt} = \theta + \frac{\delta dt}{dt}.$$

» Si l'on pose généralement

$$dq'_i = q''_i\,dt,$$

la différentiation de l'équation (22) donnera ensuite

(27)
$$\delta q'_k = \frac{d\alpha_k}{dt} + \theta q'_k + \omega q''_k.$$

» Cela posé, on a

$$\delta\frac{\partial T}{\partial q'_i} = \sum_k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\,\partial q'_k}\,\delta q'_k + \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\,\partial q_k}\,\delta q_k\right),$$

et, à cause des formules (22), (27), en remarquant que $\frac{\partial T}{\partial q'_i}$ est une fonction linéaire et homogène des quantités q',

(28)
$$\delta\frac{\partial T}{\partial q'_i} = \sum_k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\,\partial q'_k}\,\frac{d\alpha_k}{dt} + \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\,\partial q_k}\,\alpha_k\right) + \theta\frac{\partial T}{\partial q'_i} + \omega\frac{d\frac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt}.$$

» Différentions cette équation (28) et divisons ensuite par dt; on aura,

après la suppression des termes en δdt, qui se détruisent,

$$(29)\quad \delta\frac{d\frac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt}=\frac{d}{dt}\sum_k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\partial q'_k}\frac{d\alpha_k}{dt}+\frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\partial q_k}\alpha_k\right)+\frac{d\theta}{dt}\frac{\partial T}{\partial q'_i}+2\theta\frac{d\frac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt}+\omega\frac{d^2\frac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt^2}.$$

» Enfin on a aussi, par les formules (22) et (27), en faisant usage du théorème des fonctions homogènes,

$$(30)\quad \delta\frac{\partial T}{\partial q_i}=\sum_k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial q_i\partial q'_k}\frac{d\alpha_k}{dt}+\frac{\partial^2 T}{\partial q_i\partial q_k}\alpha_k\right)+2\theta\frac{\partial T}{\partial q_i}+\omega\frac{d\frac{\partial T}{\partial q_i}}{dt},$$

$$(31)\quad \delta\frac{\partial U}{\partial q_i}=\sum_k\frac{\partial^2 U}{\partial q_i\partial q_k}\alpha_k+\omega\frac{d\frac{\partial U}{\partial q_i}}{dt}.$$

» Portons dans l'équation (21) les valeurs fournies par les formules (29), (30), (31). Les termes multipliés par ω disparaissent en vertu des équations (15), et le terme en $\frac{d\theta}{dt}$ s'évanouit aussi, en vertu de l'équation (23). Quant aux termes multipliés par θ, ils se réduisent à $2\theta\sum_i\frac{\partial U}{\partial q_i}\alpha_i$, à cause des formules (15), c'est-à-dire à

$$\frac{2}{T}\sum_i\sum_k\frac{\partial U}{\partial q_i}\frac{\partial U}{\partial q_k}\alpha_i\alpha_k.$$

» D'après cela, si l'on fait, pour abréger,

$$(32)\quad H_{i,k}=\frac{1}{2}\frac{d\left(\frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\partial q_k}+\frac{\partial^2 T}{\partial q'_k\partial q_i}\right)}{dt}-\frac{\partial^2 T}{\partial q_i\partial q_k}-\frac{\partial^2 U}{\partial q_i\partial q_k}+\frac{2}{T}\frac{\partial U}{\partial q_i}\frac{\partial U}{\partial q_k},$$

on aura, après une transformation facile, et parce qu'il est permis d'intervertir les indices i et k sous le double signe $\sum$,

$$(33)\quad \left\{\begin{aligned}\delta\Psi-\delta^2 U=&\frac{d}{dt}\left(\sum_i\sum_k\frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\partial q'_k}\alpha_i\frac{d\alpha_k}{dt}\right)-\sum_i\sum_k\frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\partial q'_k}\frac{d\alpha_i}{dt}\frac{d\alpha_k}{dt}\\&+\sum_i\sum_k\frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\partial q_k}\left(\alpha_i\frac{d\alpha_k}{dt}-\alpha_k\frac{d\alpha_i}{dt}\right)+\sum_i\sum_k H_{i,k}\alpha_i\alpha_k.\end{aligned}\right.$$

» 6. D'après la formule (23), parmi les n quantités α, $n-1$ seulement sont arbitraires, et l'on peut exprimer ces n quantités en fonction de $n-1$

indéterminées nouvelles. Je poserai, en conséquence, quel que soit i,

$$\alpha_i = X_{i,1}\varpi_1 + X_{i,2}\varpi_2 + \ldots + X_{i,n-1}\varpi_{n-1},$$

ou, pour abréger,

$$(34) \qquad \alpha_i = \sum_\lambda X_{i,\lambda}\varpi_\lambda;$$

l'indice λ reçoit les $n-1$ valeurs $1, 2, \ldots, (n-1)$; les $n-1$ fonctions ϖ demeurent arbitraires, tandis que je me réserve la faculté de choisir à volonté les $n(n-1)$ fonctions $X_{i,\lambda}$. J'établis dès à présent entre ces fonctions les $n-1$ relations comprises dans la formule

$$(35) \qquad \sum_i \frac{\partial T}{\partial q'_i} X_{i,\lambda} = 0,$$

et en vertu desquelles les équations (23) se trouvent vérifiées.

» Je ferai aussi

$$(36) \qquad \alpha'_i = \sum_\lambda \frac{dX_{i,\lambda}}{dt}\varpi_\lambda, \quad \alpha''_i = \sum_\lambda \frac{d^2X_{i,\lambda}}{dt^2}\varpi_\lambda,$$

et

$$(37) \qquad \beta_i = \sum_\lambda X_{i,\lambda}\frac{d\varpi_\lambda}{dt}, \quad \gamma_i = \sum_\lambda \frac{dX_{i,\lambda}}{dt}\frac{d\varpi_\lambda}{dt},$$

en sorte que l'on aura

$$(38) \qquad \frac{d\alpha_i}{dt} = \alpha'_i + \beta_i, \quad \frac{d\alpha'_i}{dt} = \alpha''_i + \gamma_i.$$

Alors si l'on pose

$$(39) \qquad 2A = \sum_i\sum_k \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\,\partial q'_k}(\alpha_i\beta_k + \alpha_k\beta_i),$$

$$(40) \qquad 2B = \sum_i\sum_k \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\,\partial q'_k}\beta_i\beta_k,$$

puis

$$(41) \quad M = \sum_i\sum_k \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\,\partial q'_k}(\alpha_i\gamma_k - \alpha'_k\beta_i) + \sum_i\sum_k \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\,\partial q_k}(\alpha_i\beta_k - \alpha_k\beta_i),$$

$$(42)\, N = \sum_i\sum_k \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\,\partial q'_k}\alpha_i\alpha''_k + \sum_i\sum_k \left[\frac{d\dfrac{\partial^2 T}{\partial q'_i\,\partial q'_k}}{dt} + \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i\,\partial q_k} - \frac{\partial^2 T}{\partial q'_k\,\partial q_i}\right]\alpha_i\alpha'_k + \sum_i\sum_k H_{i,k}\alpha_i\alpha_k,$$

la formule (33) deviendra

$$(43) \qquad \delta\Psi - \delta^2 U = \frac{dA}{dt} - 2B + M + N.$$

» 7. On a, par les formules (34), (36) et (37),

$$(44)\quad \begin{cases} \alpha_i\gamma_k - \alpha'_k\,\beta_i = \sum_\lambda\sum_\mu X_{i,\lambda}\dfrac{dX_{k,\mu}}{dt}\left(\varpi_\lambda\dfrac{d\varpi_\mu}{dt} - \varpi_\mu\dfrac{d\varpi_\lambda}{dt}\right), \\ \alpha_i\beta_k - \alpha_k\,\beta_i = \sum_\lambda\sum_\mu X_{i,\lambda}X_{k,\mu}\left(\varpi_\lambda\dfrac{d\varpi_\mu}{dt} - \varpi_\mu\dfrac{d\varpi_\lambda}{dt}\right), \\ \alpha_i\alpha''_k = \sum_\lambda\sum_\mu X_{i,\lambda}\dfrac{d^2X_{k,\mu}}{dt^2}\varpi_\lambda\varpi_\mu, \\ \alpha_i\alpha'_k = \sum_\lambda\sum_\mu X_{i,\lambda}\dfrac{dX_{k,\mu}}{dt}\varpi_\lambda\varpi_\mu, \\ \alpha_i\alpha_k = \sum_\lambda\sum_\mu X_{i,\lambda}X_{k,\mu}\varpi_\lambda\varpi_\mu. \end{cases}$$

» Il s'ensuit que M est une fonction linéaire et homogène des $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ quantités $\varpi_\lambda\frac{d\varpi_\mu}{dt} - \varpi_\mu\frac{d\varpi_\lambda}{dt}$, et que N est une fonction homogène du deuxième degré des $n-1$ quantités ϖ, laquelle renferme, en conséquence $\frac{n(n-1)}{2}$ termes. On pourra donc faire en sorte que l'on ait identiquement

$$(45)\qquad M = 0,\quad N = 0,$$

en établissant, entre les $n(n-1)$ fonctions X, un nombre de relations égal à

$$\frac{(n-1)(n-2)}{2} + \frac{n(n-1)}{2} = (n-1)^2.$$

Ces $(n-1)^2$ équations, jointes aux $n-1$ qui sont comprises dans la formule (35) constituent un système de $n(n-1)$ équations simultanées qui déterminent, comme on va le voir, les valeurs des $n(n-1)$ fonctions X dont nous avons besoin.

» Les équations (45) étant ainsi satisfaites, la formule (43) se réduit à

$$(46)\qquad \delta\Psi - \delta^2 U = \frac{dA}{dt} - 2B.$$

» Comme A est une fonction homogène et linéaire des variations δq, lesquelles, s'évanouissent, par hypothèse, pour $t = t_0$ et pour $t = t_1$, avec les variations des coordonnées rectangulaires, la formule (12) devient

$$(47)\qquad \delta^2 V = \int_{t_0}^{t_1} 2B\,dt.$$

» Or, par la propriété des fonctions homogènes dont nous avons déjà

fait usage, on a

$$2T = \sum_i \sum_k \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i \, \partial q'_k} q'_i q'_k;$$

donc la quantité $2B$ est précisément ce que devient la force vive $2T$ quand on remplace $q'_1, q'_2, \ldots, q'_n$ par $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$; il s'en suit que $2B$ est essentiellement positive et que l'on a, en conséquence,

$$\delta^2 V > 0,$$

comme nous l'avions annoncé.

» 8. Les $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ relations qu'il faut établir entre les fonctions X pour que M soit nulle sont comprises dans la formule suivante :

$$(48) \quad \sum_i \sum_k \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i \, \partial q'_k} \left(X_{i,\lambda} \frac{dX_{k,\mu}}{dt} - X_{k,\mu} \frac{dX_{i,\lambda}}{dt} \right) + \sum_i \sum_k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial q'_i \, \partial q_k} - \frac{\partial^2 T}{\partial q'_k \, \partial q_i} \right) X_{i,\lambda} X_{k,\mu} = 0,$$

formule que l'on peut employer, même dans le cas de $\lambda = \mu$, parce qu'alors elle se réduit à une identité.

» Quant aux $\frac{n(n-1)}{2}$ équations nécessaires pour que N s'évanouisse, elles sont comprises dans la formule

$$(49) \left\{ \begin{aligned} &\sum_i \sum_k \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i \, \partial q'_k} \left(X_{i,\lambda} \frac{d^2 X_{k,\mu}}{dt^2} + X_{k,\mu} \frac{d^2 X_{i,\lambda}}{dt^2} \right) \\ &\quad + \sum_i \sum_k \left(G_{i,k} X_{i,\lambda} \frac{dX_{k,\mu}}{dt} + G_{k,i} X_{k,\mu} \frac{dX_{i,\lambda}}{dt} \right) + 2 \sum_i \sum_k H_{i,k} X_{i,\lambda} X_{k,\mu} = 0, \end{aligned} \right.$$

où l'on fait, pour abréger,

$$(50) \qquad G_{i,k} = \frac{d \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i \, \partial q'_k}}{dt} + \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i \, \partial q_k} - \frac{\partial^2 T}{\partial q'_k \, \partial q_i}.$$

» Ainsi le système simultané qui détermine les fonctions X est composé des équations comprises dans les formules (35), (48) et (49), où les indices λ, μ doivent recevoir les valeurs $1, 2, \ldots, (n-1)$. Mais la formule (49) peut être simplifiée; si, en effet, on en retranche l'équation (48) différentiée, on obtient la formule nouvelle

$$(51) \quad \sum_i \sum_k \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i \, \partial q'_k} X_{k,\mu} \frac{d^2 X_{i,\lambda}}{dt^2} + \sum_i \sum_k G_{k,i} X_{k,\mu} \frac{dX_{i,\lambda}}{dt} + \sum_i \sum_k L_{k,i} X_{k,\mu} X_{i,\lambda} = 0,$$

où l'on a fait

$$(52)\qquad L_{k,i} = \frac{d\dfrac{\partial^2 T}{\partial q'_k \partial q_i}}{dt} - \frac{\partial^2 T}{\partial q_i \partial q_k} - \frac{\partial^2 U}{\partial q_i \partial q_k} + \frac{2}{T}\frac{\partial U}{\partial q_i}\frac{\partial U}{\partial q_k}.$$

D'un autre côté, en différentiant deux fois l'équation (35), on a

$$(53)\qquad \sum_i \frac{\partial T}{\partial q'_i}\frac{dX_{i,\lambda}}{dt} + \sum_i \frac{d\dfrac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt} X_{i,\lambda} = 0,$$

$$(54)\qquad \sum_i\sum_k \frac{\partial^2 T}{\partial q'_i \partial q'_k} q'_k \frac{d^2 X_{i,\lambda}}{dt^2} + 2\sum_i \frac{d\dfrac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt}\frac{dX_{i,\lambda}}{dt} + \sum_i \frac{d^2\dfrac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt^2} X_{i,\lambda} = 0.$$

» Considérons λ comme constant et donnons à μ les valeurs 1, 2, ..., $(n-1)$; les $n-1$ équations (51) et l'équation (54) pourront être résolues par rapport aux dérivées du second ordre $\frac{d^2 X_{i,\lambda}}{dt^2}$. D'après un théorème connu, le déterminant formé avec les coefficients de ces dérivées est égal au produit de l'*invariant* Δ de la force vive, considérée comme fonction des seules variables q', par le déterminant

$$(55)\qquad X = \begin{vmatrix} X_{1,1}, & X_{2,1}, \ldots, & X_{n,1} \\ X_{1,2}, & X_{2,2}, \ldots, & X_{n,2} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ X_{1,n-1}, & \ldots\ldots & X_{n,n-1} \\ q'_1, & q'_2, \ldots, & q'_n \end{vmatrix}.$$

» On aura donc des équations résultantes de la forme

$$(56)\qquad \frac{d^2 X_{i,\lambda}}{dt^2} = \frac{Z_{i,\lambda}}{\Delta X},$$

$Z_{i,\lambda}$ étant une fonction entière relativement aux $X_{k,\mu}$ et linéaire par rapport aux dérivées du premier ordre $\frac{dX_{k,\mu}}{dt}$. Quant aux coefficients, ils sont des fonctions déterminées de t, ainsi que l'invariant Δ, lequel ne peut jamais se réduire à zéro.

» Si l'on donne à i les valeurs 1, 2,..., n, et à λ les valeurs 1, 2,..., $(n-1)$, la formule (56) représentera un système de $n(n-1)$ équations différentielles auxquelles répondra certainement un système intégral renfermant $2n(n-1)$ constantes arbitraires. Ces arbitraires seront, si l'on veut, les valeurs que pren-

nent les fonctions X et leurs premières dérivées pour $t = t_0$; mais, comme ces valeurs initiales doivent satisfaire, dans l'hypothèse de $t = t_0$, aux équations (35), (53) et (48) dont le nombre est $2(n-1) + \frac{(n-1)(n-2)}{2}$, il s'ensuit que les expressions cherchées de nos fonctions X renfermeront seulement $\frac{(n-1)(3n-2)}{2}$ constantes arbitraires.

» Il faut remarquer que, les variations δq ayant été choisies arbitrairement, on obtiendra des valeurs correspondantes pour les quantités ϖ, au moyen de $n-1$ quelconques des n équations (34). Il est facile de voir que le dénominateur des valeurs ainsi trouvées ne peut être nul que si le déterminant X est égal à zéro; or les intégrales générales du système (56) ne peuvent pas vérifier l'équation $X = 0$; le système des arbitraires ϖ a donc la même généralité que celui des α. »

PHYSIQUE. — *Mémoire sur l'origine céleste de l'électricité atmosphérique; par* **M. Becquerel**. (Extrait par l'auteur.)

« On ignore encore l'origine de l'électricité atmosphérique, malgré les recherches faites jusqu'ici pour y parvenir; les découvertes récentes sur la constitution physique et chimique du soleil, et les recherches auxquelles nous nous livrons depuis quelque temps permettent aujourd'hui d'aborder cette importante question.

» La terre et l'atmosphère sont de vastes réservoirs d'électricité, où la nature va puiser les causes des orages et d'autres phénomènes atmosphériques; l'un et l'autre sont dans deux états électriques différents lorsque le ciel est serein. L'air possède un excès d'électricité positive, dont l'intensité va en augmentant en s'élevant au-dessus du sol, jusque dans les régions les plus élevées de l'atmosphère, là où se montrent les aurores boréales, phénomènes dus à des décharges électriques, comme le prouvent leur action sur l'aiguille aimantée et divers effets dont il sera question plus loin; la terre possède un excès d'électricité négative, dont on ne connaît pas la distribution dans son intérieur.

» Nous avons commencé par montrer que toutes les causes physiques, chimiques et physiologiques qui dégagent de l'électricité à la surface de la terre ne peuvent fournir les quantités énormes d'électricité répandues dans les espaces planétaires. Si cela était, pourquoi la tension de l'électricité positive irait-elle en augmentant, quand le contraire devrait avoir lieu, en

s'éloignant de la source d'électricité. Il restait à examiner jusqu'à quel point il était possible de lui attribuer une origine céleste.

» On a commencé par rappeler les notions que l'on possède sur la formation de la terre, sur les éruptions volcaniques et les effets électriques puissants qui les accompagnaient dans les temps primitifs, ainsi que sur la constitution physique et chimique du soleil, telle que nous la connaissons aujourd'hui.

» Lorsqu'on eut observé deux protubérances roses, pendant l'éclipse totale du 8 juillet 1842, on se trouva, suivant l'expression d'Arago, sur la trace d'une troisième enveloppe, située au-dessus de la photosphère, formée de nuages obscurs ou lumineux. On ne commençait donc encore qu'à soupçonner l'existence d'une troisième enveloppe, ou de l'atmosphère solaire. Dans la séance du 18 janvier 1869, M. Janssen annonça à l'Académie (*voir* les *Comptes rendus*) qu'il existait autour du soleil une atmosphère hydrogénée et une dépendance entre la présence des taches et les protubérances ayant une même composition, et qu'il était parvenu, par une méthode qui lui était propre, à suivre les protubérances jusque sur le soleil lui-même, ce qui lui avait permis de découvrir la relation dont on vient de parler. Les protubérances ne sont donc que les portions les plus saillantes de la matière hydrogénée qui entoure de toutes parts le soleil. Peut-être ne sont-elles que des projections gazeuses.

» Indépendamment des quinze à vingt substances qui se trouvent dans la photosphère, d'après l'analyse de la lumière qui en émane, substances qui font partie de la terre, M. Rayet a observé, dans les raies du spectre, une raie jaune qui n'appartient pas au sodium, mais bien à une substance non décrite encore. En outre, le P. Secchi a trouvé de la vapeur d'eau dans la même atmosphère.

» Les taches, qui ont quelquefois 16000 lieues d'étendue, paraissent être les cavités par lesquelles s'échappent de la photosphère l'hydrogène et les diverses substances qui composent l'atmosphère solaire. Or l'hydrogène qui ne paraît être, d'ici, que le résultat d'une décomposition, emporte avec lui de l'électricité positive, qui se répand dans les espaces planétaires, puis, dans l'atmosphère terrestre et même dans la terre, en diminuant toujours d'intensité, à cause de la mauvaise conductibilité des couches d'air de plus en plus denses, et de celle de la croûte superficielle de la terre. Celle-ci ne serait donc négative que parce qu'elle serait moins positive que l'air.

» Pour montrer comment l'électricité positive émanant du soleil se répand dans les espaces planétaires, on a commencé par rappeler que l'élec-

tricité ne se propage dans un milieu qu'autant que ce milieu contient de la matière qui lui sert de véhicule. On sait effectivement que les propriétés lumineuses de l'électricité appartiennent, en grande partie, sinon en totalité, à la matière pondérable, à travers laquelle les décharges sont transmises.

» La présence de l'électricité n'est constatée, dans les expériences dont il est question, que par des effets lumineux; mais il y a d'autres moyens à l'aide desquels on peut manifester cette présence : il suffit pour cela de mettre en communication avec le conducteur d'une machine électrique en action, un vase de métal, contenant un liquide vaporisable; on ne tarde pas à s'apercevoir que l'évaporation est plus grande que celle qui a lieu dans un vase semblable, contenant le même liquide, mais non électrisé. Il est prouvé par là que l'électricité peut se répandre dans un espace vide, quand elle peut entraîner avec elle de la matière. On a démontré cette vérité par de nombreuses réactions chimiques, dont les résultats seront exposés dans un Mémoire que nous présenterons prochainement à l'Académie.

» On a invoqué ensuite un autre ordre de phénomènes, pour démontrer l'existence de la matière gazeuse dans l'espace bien au delà de l'étendue que l'on assigne à l'atmosphère terrestre : nous voulons parler des aurores boréales qui sont dues à des décharges électriques, produites dans des milieux où il existe encore des matières gazeuses; on a déterminé la distance de ces météores à la terre, à l'aide de la méthode des parallaxes : on a trouvé, par exemple, que l'aurore boréale du 19 octobre 1726, visible en même temps à Varsovie, Moscou, Rome, Naples, Lisbonne, avait son siége à 200 kilomètres au moins de la surface terrestre.

» La Commission scientifique envoyée dans le nord, en 1838 et 1839, a eu l'occasion d'observer 143 aurores boréales, qui étaient produites à des distances de la terre variant de 100 à 200 kilomètres.

» On rapporte ensuite, dans le Mémoire, tout ce qui concerne le bruissement, plus ou moins fort, entendu, pendant les aurores boréales, par les habitants des régions polaires, situées à de grandes distances les unes des autres, bruissement que n'ont pu constater Biot, dans les îles Shetland, et la Commission envoyée dans le nord, peut-être à cause de la distance où ils se trouvaient du météore; mais on ne saurait révoquer en doute ces témoignages, surtout d'après l'assertion de Bergmann (*Opuscula et chimica*, t. V, p. 297). Le même auteur rapporte que des voyageurs, en traversant

les montagnes de la Norwége, ayant été enveloppés par une aurore boréale, ont senti une forte odeur de soufre que l'on ne pourrait attribuer qu'à la présence de l'ozone ou de l'oxygène électrisé; de pareils faits ont été constatés par M. Paul Rolier, l'intrépide aéronaute chargé d'une mission importante, qui, parti de Paris en décembre dernier, pendant le siége, est descendu quatorze heures après en Norwége, sur le mont L'ide, à 1300 mètres de hauteur, couvert de neige, au milieu des plus grands périls, qu'il a surmontés avec une rare intelligence.

» Voici ce qui est rapporté dans la relation de son voyage, par M. Émile Cartailhac :

« A travers un brouillard plus rare, il put voir s'agiter les brillants rayons d'une aurore boréale, qui répandait partout son étrange lumière (p. 31).

» Bientôt, un son étrange, un mugissement incompréhensible se fait entendre (p. 25). Le bruit cesse complétement. Il s'élève alors une odeur de soufre des plus prononcées, presque asphyxiante (p. 28). »

» D'après ces observations d'un homme qui n'était point préoccupé de questions scientifiques et qui confirment les témoignages des habitants des régions polaires et des voyageurs en Norwége, on ne saurait donc élever aucun doute sur leur véracité.

» Ces principes posés, les deux questions suivantes ont été discutées :

» 1° L'électricité positive, en sortant de la photosphère avec le gaz hydrogène, se répand, dans les espaces planétaires, non-seulement avec le concours des matières gazeuses plus ou moins diffuses qui s'y trouvent, comme nous avons essayé de le démontrer, mais encore avec celui des matières qu'elle entraîne avec elle en sortant de la photosphère. Cette même électricité arrive dans l'atmosphère terrestre, puis dans la terre, en diminuant d'intensité, à cause de la résistance qu'elle éprouve en traversant dans l'atmosphère des couches de plus en plus denses.

» 2° Quel travail peut exécuter l'électricité négative que la masse solaire conserve, une fois que l'hydrogène quitte la photosphère?

» Il faudrait savoir, pour répondre catégoriquement à ces deux questions, si les espaces planétaires contiennent ou non des matières gazeuses, ou bien si le vide est parfait.

» Dans le cas où l'espace contiendrait des gaz plus ou moins raréfiés, l'électricité positive s'y répandrait, comme on le sait, par une suite de décompositions et de recompositions de fluide naturel, qui entoure les particules de ces gaz, lequel ne paraît être autre que le principe éthéré qui transmet

la lumière à d'immenses distances, comme nous avons essayé de le démontrer dans l'ouvrage manuscrit que nous avons présenté à l'Académie dans la séance du 16 mars dernier.

» Or l'état de grande raréfaction des gaz qui composent l'atmosphère solaire, bien au delà de la partie lumineuse, à des distances excessives, est très-admissible, vu la température énorme du soleil, quand on pense surtout que de la croûte terrestre, qui, sans l'influence solaire, participerait de la température des espaces célestes, possède une atmosphère qui s'étend bien au delà de 200 kilomètres.

» Indépendamment des matières gazeuses que l'on pense devoir exister dans les espaces planétaires, il s'y trouve encore des myriades d'aérolithes dont la grosseur varie depuis celle des masses de fer météorique que l'on trouve éparses çà et là sur le globe, jusqu'à celle de grains très-fins de poussière dont on a des exemples dans les éruptions de nos volcans. En effet, dans une éruption du Vésuve, des cendres, d'une vitesse extrême, ont été transportées par les vents jusqu'à Constantinople.

» Le nombre de ces aérolithes est quelquefois si considérable, que Humboldt, dans son voyage en Amérique, a vu, pendant une traversée en mer, le ciel tout en feu, comme si l'on eût tiré un immense feu d'artifice. Ce spectacle éblouissant était dû, d'après ce célèbre voyageur, à une multitude d'aérolithes répandus dans l'atmosphère.

» On est donc porté à croire, d'après ce qui précède, que le vide absolu n'existe pas dans les espaces planétaires, où des gaz, particulièrement de l'hydrogène, peuvent se répandre. Rien ne s'opposerait donc à la propagation de l'électricité dans ces mêmes espaces.

» On a examiné ensuite dans le Mémoire ce que devient l'électricité négative qui se répand dans la masse solaire, pendant la sortie de la photosphère de l'électricité positive avec l'hydrogène, par les taches solaires, de même que les gaz et l'électricité sortent des cratères des volcans terrestres. L'électricité négative du soleil et l'électricité positive de son atmosphère se trouvent à peu près dans des conditions semblables à celles où sont les deux mêmes électricités dans la terre et son atmosphère; or, comme ces deux astres paraissent composés des mêmes éléments et ne diffèrent entre eux, à part les dimensions, que par une différence considérable dans les températures, les mêmes effets physiques et chimiques doivent s'y produire lorsque l'électricité négative s'y propage. Nous ferons connaître ultérieurement quelques-uns de ces effets.

» Si la théorie qui vient d'être exposée de l'origine céleste attribuée à l'électricité atmosphérique laisse encore à désirer sur quelques points, cela tient à ce qu'on ignore encore quelles sont les matières gazeuses, dans un état de diffusion plus ou moins grand, répandues dans les espaces planétaires; car il n'est guère possible d'admettre le vide parfait.

» Les recherches auxquelles nous nous livrons dans ce moment serviront, nous l'espérons, à jeter quelque jour sur une question qui intéresse à un haut degré la physique céleste et la physique terrestre. »

« **M. Ch. Sainte-Claire Deville** désire faire observer combien les motifs que notre savant confrère, M. Becquerel, vient de faire valoir en faveur de l'origine céleste de l'électricité atmosphérique viennent à l'appui de l'hypothèse qu'il a soutenue, de l'origine céleste des variations de la température atmosphérique, et, en particulier, de l'influence que peut avoir sur ces phénomènes l'apparition périodique de matières cosmiques dans les espaces interplanétaires. »

BOTANIQUE. — *Observations sur une monstruosité de la fleur du Violier* (Cheiranthus Cheiri L.); *par* **M. P. Duchartre** (1).

« Le Violier ou Giroflée jaune (*Cheiranthus Cheiri* L.), qui, de nos vieux murs, sur lesquels il croît communément, est passé dans les jardins, où il est aujourd'hui très-répandu, se montre sujet à subir, relativement à ses organes floraux, diverses altérations ou monstruosités dont plusieurs ont déjà fixé l'attention des botanistes. La plus curieuse, et la plus fréquente en même temps, est celle qui va faire l'objet de cette Note, et dont le caractère essentiel consiste en ce que les étamines s'y transforment en carpelles ou pistils supplémentaires dont le développement et la manière d'être peuvent être fort variés. Cette monstruosité se produit assez souvent, sur la plante cultivée, pour que A.-P. de Candolle l'ait classée (*Prod.*, I, p. 135) comme une variété particulière de l'espèce, sous le nom de *Cheiranthus Cheiri* L., var. λ *gynantherus.* M. E. Fournier, d'une part, notre éminent confrère M. Ad. Brongniart, d'autre part, en ont décrit (*Bull. de la Soc. bot. de Fr.*, III, p. 352-354, et VIII, p. 453-456) quelques formes remarquables; en outre, J. Gay en a signalé (*Ibid.*, VIII, p. 456) un état qu'on rencontre rarement; enfin

(1) L'Académie a décidé que cette Communication, bien que dépassant en étendue les limites réglementaires, serait insérée en entier au *Compte rendu*.

tout récemment M. Maxwell-T. Masters, dans son ouvrage intitulé *Vegetable Teratology*, en a parlé aussi et a joint à son texte quatre figures au trait qui en représentent le cas le plus commun. Il pourra donc sembler superflu que je vienne aujourd'hui, à mon tour, en faire le sujet d'une étude plus détaillée (1). Toutefois j'ose espérer qu'après avoir lu ce qui va suivre, on ne regardera pas mes observations comme entièrement dépourvues d'intérêt, soit à cause de leur multiplicité et de l'enchaînement des faits qu'elles m'ont permis de constater, soit en raison des considérations que je crois pouvoir y rattacher relativement à la constitution symétrique de la fleur dans la famille des Crucifères, l'un des points de l'organisation végétale qui ont fourni matière au plus grand nombre d'écrits, et sur lesquels néanmoins on professe encore aujourd'hui les opinions les plus divergentes.

» Le nombre des fleurs de Violier à étamines plus ou moins carpellisées que j'ai observées et analysées s'élève au moins à cinq cents; ces nombreux sujets m'avaient été fournis presque tous par le jardin de l'École Normale, d'où ils m'avaient été apportés par M. Maxime Cornu, répétiteur de Botanique à la Faculté des Sciences; quelques-uns aussi venaient du Jardin des plantes, et je les devais à l'obligeance de mon savant confrère et ami M. Decaisne. Je crois qu'il ne fallait rien moins que ce nombre considérable d'observations pour établir la série des états sous lesquels peut se présenter l'intéressante monstruosité que je vais examiner.

» Avant tout, je dois rappeler qu'une fleur normale de Violier (*Cheiranthus Cheiri* L.), et plus généralement de Crucifère, est composée : 1° d'un calice à quatre sépales disposés en deux paires croisées, l'une antéro-postérieure, l'autre transversale; 2° d'une corolle de quatre pétales qui alternent avec les pièces du calice; 3° d'un androcée comprenant six étamines tétradynames, c'est-à-dire parmi lesquelles deux, plus ou moins courtes, se trouvent à droite et à gauche, tandis que les quatre autres, plus longues, mais égales entre elles, sont généralement rapprochées en deux paires placées l'une en avant, l'autre en arrière du pistil, et semblent naître un peu plus haut que les premières; 4° d'un gynécée ou pistil unique, formé

(1) Il importe de ne point confondre la monstruosité dont il s'agit ici avec celle dans laquelle le pistil d'une fleur dont les étamines sont restées à l'état normal est devenu, soit uniloculaire avec quatre valves et quatre placentas, soit triloculaire ou quadriloculaire, à trois-quatre valves et autant de placentas, comme l'ont vu C. Presl (cité par Bernhardi, dans *Flora*, 1838, p. 131) et surtout M. Alph. de Candolle (*Monstruosités végét.*, 1er fascic., dans le cinquième vol. des *Nouveaux Mém. de la Société helvét. des Scienc. natur.*, n° 6, pl. 5).

de deux carpelles latéraux, dans lequel l'ovaire offre deux placentas pariétaux, bien que son intérieur soit divisé par une cloison complète en deux loges distinctes, dans lequel aussi se montrent deux lobes stigmatiques ou deux stigmates situés sur le prolongement des placentas, et non, comme d'ordinaire, sur celui de la nervure médiane des carpelles. Ce sont particulièrement ces caractères exceptionnels de l'androcée et du pistil des Crucifères qui ont fourni matière à de nombreuses hypothèses, lorsqu'on a voulu les ramener aux types normaux de l'androcée et du pistil, tels qu'ils s'offrent dans la généralité des autres plantes phanérogames.

» Dans aucune des fleurs monstrueuses de Violier que j'ai analysées, le calice n'avait subi la moindre altération : ses quatre sépales avaient conservé leur texture, leurs dimensions, leur couleur brun-rouge et leur disposition habituelle. L'altération commençait à la corolle, dont les quatre pétales, toujours alternes avec le calice et semblables entre eux, étaient beaucoup plus petits que dans leur état ordinaire, formaient chacun une lame étroite, lancéolée, plane ou à peu près, et ressemblaient aux sépales pour la texture, la coloration et la longueur. Comme l'a dit avec raison M. Brongniart, ce développement imparfait de la corolle fait toujours reconnaître au premier coup d'œil les fleurs affectées de la monstruosité dont il s'agit ici. Dans un fort petit nombre de ces fleurs, j'ai vu un pétale se contourner et se creuser irrégulièrement; en même temps, l'un de ses bords ou même les deux portaient un ou deux ovules plus petits que de coutume, mais bien conformés. Dans ces cas rares, la transformation en carpelles avait dépassé l'androcée et avait commencé d'atteindre la corolle elle-même.

» Parmi les cas très-divers que j'ai observés de transformation des étamines en carpelles, ou de *carpellisation*, comme je l'appellerai pour abréger, le plus simple, et l'un des plus instructifs, consistait en ce que les deux étamines courtes et latérales s'étaient seules transformées en carpelles. Pour cela, chacune d'elles s'était changée en une petite feuille sessile, allongée, obtuse et légèrement échancrée à son extrémité supérieure, qui dépassait un peu le milieu de la hauteur du pistil resté parfaitement normal. Chacune de ces feuilles carpellaires s'était reployée sur elle-même vers l'intérieur, de manière à former une gouttière ou un canal rétréci à son orifice qui regardait le centre de la fleur; ses bords ondulés et mousses, devenant de plus en plus papilleux, se continuaient sans interruption avec un épaississement terminal, chargé de papilles, qui formait un vrai stigmate légèrement bilobé. Sur une ligne *plus interne* que chacun de ses deux bords s'attachaient plusieurs

ovules parfaitement développés et pourvus d'un assez long funicule. En somme, chacune de ces deux étamines était devenue un carpelle pourvu d'ovules et surmonté d'un stigmate, mais ouvert longitudinalement, tout à fait semblable à un follicule qui viendrait d'effectuer sa déhiscence. Je dois dire, une fois pour toutes, que je n'ai pas rencontré de ces carpelles staminaux dans lesquels les deux bords infléchis se fussent soudés l'un à l'autre pour former un ovaire clos, qui, en un mot, offrissent l'état sous lequel les a vus quelquefois M. Brongniart. Dans ces mêmes fleurs, les deux paires d'étamines longues n'étaient nullement carpellisées; restées entièrement libres et distinctes, elles formaient tout autant de filets grêles, terminés chacun par une petite tête arrondie, ou, quand l'altération était un peu plus prononcée, par un large renflement déprimé et un peu échancré, véritable stigmate sur lequel commençaient à se trouver des papilles.

» J'ai vu beaucoup d'exemples de ce premier état de l'androcée, qui semble accuser une différence entre les deux étamines courtes et les quatre longues; en outre, dans un grand nombre de fleurs où la carpellisation atteignait plus ou moins le reste de l'androcée, j'ai reconnu encore une différence marquée dans la marche d'après laquelle cette altération atteignait les deux étamines courtes et les quatre longues, comme si les premières constituaient une série plus sujette à s'altérer que celle des quatre autres, dans sa manière d'être habituelle (1).

» On sait que deux opinions principales ont été professées relativement à la symétrie de l'androcée des Crucifères : l'une, qui a eu pour adhérents, entre autres, M. Lestiboudois, Kunth, Bernhardi, J. Gay, MM. Chatin, Godron, etc., consiste à regarder l'androcée des Crucifères comme comprenant typiquement deux verticilles de quatre étamines chacun, parmi lesquels l'externe serait généralement réduit aux deux étamines latérales; l'autre, dont l'auteur est A.-P. de Candolle, et qui a été soutenue par Aug. Saint-Hilaire, Moquin-Tandon et Webb, Payer, etc., n'admet dans cette même fleur qu'un seul verticille de quatre étamines, dont deux, l'antérieure et la postérieure, se montreraient habituellement dédoublées, de manière à donner les deux paires d'étamines longues. En faveur de chacune de ces manières de voir, on a invoqué différents arguments dont

---

(1) Ces faits contredisent formellement l'assertion suivante de M. Maxwell-T. Masters : « Dans quelques échantillons, il est facile de voir que les deux étamines courtes subissent le changement en carpelles plus tard et moins complétement que les quatre longues » (*loc. cit.*, p. 306).

il me semble cependant que les plus puissants viennent à l'appui de la première. Ainsi : 1° Dans plusieurs cas, on a vu des fleurs de Crucifères à huit étamines, c'est-à-dire dans lesquelles existaient complets les deux verticiles staminaux qu'appelle la théorie; ailleurs, au contraire (comme dans les *Lepidium ruderale*, *virginicum*, etc.), il n'existe ordinairement que deux étamines, et ce sont celles qui avortent presque constamment dans les Crucifères. 2° L'étude organogénique a montré à M. Krause en 1846, à moi-même à la même époque, à M. Chatin en 1861, que les quatre étamines qui forment le verticille interne de la fleur des Crucifères apparaissent originairement en quatre mamelons bien distincts et régulièrement verticillés autour du pistil naissant, tandis que les deux étamines latérales, destinées à rester plus courtes que les autres, et qui seules représentent d'ordinaire le verticille externe, se sont présentées un peu plus tôt en deux mamelons plus extérieurs. C'est là un fait décisif. A la vérité, Payer (*Traité d'organogénie comparée*, p. 211) a dit que les quatre grandes étamines des Crucifères se montrent, à l'origine, sous la forme de deux mamelons qui se subdivisent promptement chacun en deux; mais, comme l'a justement fait observer M. Chatin, parmi les nombreuses figures sur lesquelles reposent les descriptions de ce botaniste, aucune ne représente ce fait fondamental, dont l'importance primait celle de tous les autres, et qui reste dès lors à l'état de simple assertion, sans preuve à l'appui. 3° Même dans la fleur adulte, le niveau de l'attache des deux étamines courtes ou latérales est visiblement inférieur à celui à partir duquel s'élèvent les quatre autres. 4° La carpellisation des étamines du *Cheiranthus Cheiri* L., dans l'état où je viens de la décrire, me semble venir encore à l'appui de la distinction des six étamines des Crucifères en deux verticilles différents, non-seulement par leur situation, mais encore par la manière dont ils se comportent dans ce cas.

» Des indices de cette même distinction se conservent encore dans d'autres états plus avancés de la monstruosité qui fait le sujet de cette Note. En effet, dans beaucoup de fleurs, tandis que les deux étamines courtes ou latérales forment deux carpelles ovulifères bien constitués, les quatre étamines longues offrent tous les degrés possibles de transformation, depuis le simple filet surmonté d'une petite tête celluleuse et lisse jusqu'au carpelle ovulifère le mieux caractérisé, et l'on arrive ainsi graduellement à des fleurs dont l'androcée est remplacé par six carpelles entièrement semblables à ceux que j'ai décrits plus haut, libres et distincts les uns des autres, mais parmi lesquels encore j'ai vu généralement les deux latéraux un peu plus développés que les autres.

» Une fois que la carpellisation de l'androcée est ainsi devenue complète, la monstruosité commence à subir trois nouveaux ordres de phénomènes dont l'action de plus en plus intense finit par ramener tout l'ensemble des carpelles normaux et anormaux à ne plus former qu'un seul et unique pistil, tellement analogue à celui qu'offrent habituellement les fleurs des Crucifères, qu'il faut un examen attentif pour le distinguer de celui-ci. Par là on arrive, ce me semble, à se faire une bonne idée de la nature réelle et du mode de formation du pistil normal des Crucifères. Ces trois phénomènes sont : 1° la soudure des carpelles monstrueux, soit entre eux, soit avec le pistil central; 2° la disparition de certains d'entre eux; 3° la réduction et l'atrophie du pistil central, d'autant plus grandes que la soudure réciproque et la réduction des étamines carpellisées ont fait plus de progrès.

» L'espace me manquerait ici pour décrire avec les détails convenables les états très-divers que peut offrir le *Cheranthus Cheiri* monstrueux, par suite de l'action plus ou moins intense et combinée des trois ordres d'altérations que je viens d'indiquer; d'ailleurs ces détails, pour être compris sans difficulté, devraient être accompagnés d'un assez grand nombre de figures; je me bornerai donc en ce moment à un résumé des faits les plus saillants qu'il m'ait été permis de constater, me proposant de donner ailleurs plus de développement à mon exposé.

» Le premier changement que subissent les fleurs dont tout l'androcée a été transformé consiste en ce que les deux carpelles qui remplacent chacune des deux paires d'étamines longues se soudent entre eux par leurs bords en contact, tout en restant séparés de ceux qu'ont donnés les étamines courtes. La tendance à la soudure s'exerçant encore davantage, les six carpelles monstrueux se réunissent en un seul corps, sorte de tube relevé à sa face externe de six côtes qui en indiquent la formation, et dont l'ouverture, par laquelle on voit sortir l'extrémité supérieure du pistil normal de la fleur, est festonnée de six lobes stigmatiques. Cet état se présente fréquemment; c'est celui qu'a signalé M. E. Fournier, dans une Note spéciale dans laquelle il a fait observer avec raison que, sur les six pièces soudées entre elles, comme il vient d'être dit, il en est deux qui descendent plus bas que les autres, et que ce sont celles qui se trouvent opposées aux sépales latéraux (1). M. Brongniart a eu également occasion de l'observer.

(1) J'avoue ne pas comprendre comment, après avoir fait cette observation très-juste, M. E. Fournier dit, seize lignes plus bas : « On voit que les six étamines des Crucifères sont bien placées sur le même rang. »

Le tube carpellaire produit par la transformation des six étamines tantôt reste indépendant du pistil normal qu'il enveloppe, tantôt contracte longitudinalement adhérence avec lui. Quand cette soudure a lieu, elle n'entraîne aucune conséquence tant soit peu notable.

» La monstruosité de Violier, dans ses divers états que je viens d'indiquer, n'offre encore aucune diminution de nombre pour les parties de l'androcée transformé; dans ceux qu'il me reste à signaler, une diminution de ce genre s'opère, et elle est toujours accompagnée, non-seulement de la coalescence complète des éléments qui composent ce que je puis appeler la *colonne stamino-carpellaire*, c'est-à-dire des carpelles produits par la métamorphose des étamines, mais encore de la réduction de plus en plus grande du pistil normal de la fleur et finalement de l'atrophie de ce pistil. Dans ces divers cas, on voit cette colonne formée le plus souvent de quatre carpelles; rarement elle se montre réduite à trois carpelles; enfin, on en rencontre des exemples dans lesquels on peut dire qu'elle est constituée presque uniquement par deux carpelles, les deux autres n'ayant laissé que de faibles vestiges à peine appréciables.

» La diminution de nombre qui s'opère le plus ordinairement dans les éléments de la colonne est celle qui, de six carpelles représentant autant d'étamines, la réduit à quatre. Toute colonne ainsi réduite forme une sorte de prisme à quatre faces sensiblement proéminentes, dont chaque angle est relevé d'une côte longitudinale saillante, et qui présente supérieurement une ouverture plus ou moins resserrée par l'effet de l'épaississement du tissu dont elle est bordée sur tout son pourtour. Chaque face correspond à un carpelle étalé; chaque côte saillante indique la soudure des bords de deux carpelles adjacents, et un placenta chargé de deux rangées d'ovules lui correspond intérieurement; de plus, le bord de l'ouverture supérieure, épaissi et papilleux, devenu par conséquent stigmatique, se relève en quatre lobes égaux dans les cas où la monstruosité est le moins avancée, réunis deux par deux dans les cas de transformation plus complète, de manière à constituer deux stigmates simplement échancrés et séparés l'un de l'autre, de chaque côté, par un profond sinus. Dans beaucoup de cas, les deux stigmates du pistil normal viennent affleurer les bords de l'ouverture de la colonne et se montrent opposés aux deux stigmates monstrueux que forme celle-ci; mais, à mesure que la métamorphose de l'androcée en vrai pistil de Crucifère approche de son terme supérieur, le pistil propre de la fleur se rappetisse et tend de plus en plus à s'atrophier; ses stigmates cessent d'abord de se montrer à l'ouverture de la colonne, et finalement ce n'est que plus ou

moins bas dans l'ovaire de celle-ci qu'on trouve les restes déformés, dégénérés même en simples cloisons, de ce pistil lui-même. En général, on peut dire que le pistil normal de la fleur est d'autant mieux conformé et d'autant plus développé que la transformation carpellaire est moins avancée, et réciproquement.

» Deux particularités d'une haute importance doivent être mises en relief, relativement à la constitution de cette colonne stamino-carpellaire : la première est que chacune de ses côtes suturales aboutit au milieu d'un lobe stigmatique, d'où il résulte que chacun de ces lobes est opposé ou superposé à une côte, et par conséquent à un placenta, disposition identique à celle qu'offre le pistil normal des Crucifères, et au sujet de laquelle on a proposé diverses interprétations hypothétiques; la seconde est que les quatre carpelles d'origine staminale qui entrent dans la formation de la colonne quaternaire peuvent affecter deux situations différentes : tantôt, en effet, on en voit deux de chaque côté, d'où il résulte que le pistil monstrueux qu'ils composent offre intérieurement deux placentas latéraux, avec un troisième placenta antérieur et un quatrième postérieur; je crois pouvoir admettre que, dans ce cas, ce sont les deux carpelles provenant de la transformation des deux étamines latérales qui ont disparu; tantôt il existe deux carpelles latéraux, avec un carpelle antérieur et un carpelle postérieur. Ce dernier cas, qui a été observé par M. Brongniart, paraît être le plus fréquent; il nous montre, dans l'ovaire ainsi constitué, les quatre placentas disposés en deux paires latérales relativement au plan médian antéropostérieur de l'organe entier. Cette dernière disposition des quatre carpelles est la plus fréquente des deux ; c'est aussi celle qui offre incontestablement le plus grand intérêt, puisque, par les simplifications graduelles qu'elle subit, elle nous permet d'assister à la formation d'un pistil semblable à celui que renferme habituellemeut la fleur des Crucifères.

» Passant sur divers cas de simplification d'un intérêt secondaire et que le défaut d'espace ne me permet pas de décrire ici, je signalerai seulement ceux qui amènent la colonne stamino-carpellaire à un état aussi voisin que possible de l'organisation caractéristique du pistil dans la famille à laquelle appartient le Violier. Ils résultent à la fois de ce que les deux carpelles antérieur et postérieur se rétrécissent considérablement, tantôt un seul, tantôt et plus souvent les deux à la fois, et de ce que corrélativement le pistil interne, c'est-à-dire le vrai pistil de la fleur, se déforme de plus en plus, tout en contractant adhérence, soit par un de ses bords, soit par les deux à la fois, avec les placentas qui sont fortement en saillie à l'intérieur de l'ovaire

externe. Le degré supérieur qu'il m'ait été donné d'observer dans cette transformation remarquable de la colonne en pistil normal de Crucifère avait produit un gynécée semblable extérieurement à un pistil normal de Violier, sauf en ce que la côte saillante qui forme chacun des bords de celui-ci était remplacée par deux côtes parallèles entre lesquelles régnait un étroit sillon; j'ai vu même quelquefois ces deux côtes confondues en une seule vers le bas de l'organe. Ces deux côtes adjacentes indiquent les deux bords du carpelle qui a presque disparu ici, puisqu'il ne reste plus pour le représenter que le petit sillon intermédiaire entre elles; ceci devient évident par les coupes transversales qui montrent qu'à chaque côte correspond intérieurement un placenta intervalvaire très-proéminent. Ces coupes montrent aussi que successivement l'ovaire du pistil central devient stérile, puis amincit ses parois en contractant adhérence avec les placentas de l'ovaire externe; qu'il dégénère enfin en deux simples lames cellulaires minces qui s'étendent chacune du bord terminal d'un placenta à son symétrique vis-à-vis de lui. On a donc sous les yeux, dans ce cas, un état monstrueux tellement avancé que l'androcée transformé forme un pistil analogue à celui qui caractérise les Crucifères, au point de pouvoir être confondu avec celui-ci, lorsqu'on ne l'examine pas avec une grande attention, et lorsqu'on n'a pu suivre la série des modifications successives qui lui ont donné naissance.

» Maintenant quelle conséquence est-on en droit de tirer des observations précédentes, relativement à la nature réelle du pistil des Crucifères? Il me semble qu'elles viennent donner le plus fort appui à l'opinion exprimée d'abord par Kunth (1832) et Bernhardi (1838), puis par Lindley, Griffith, récemment par MM. Chatin et Godron, selon laquelle le plan fondamental de l'organisation du pistil des Crucifères résulte de quatre carpelles complétant la symétrie tétramère de la fleur de ces plantes, et selon laquelle aussi deux de ces carpelles, l'antérieur et le postérieur, feraient défaut dans ce pistil tel qu'il se présente habituellement. C'est en effet le passage graduel d'un pistil constitué par quatre carpelles égaux à un autre qui n'en offre que deux bien développés, avec de simples rudiments des deux autres, que nous venons de voir dans la monstruosité dont j'ai donné la description et qui me semble dès lors avoir, sous ce rapport encore, un intérêt incontestable. »

MÉTÉOROLOGIE. — **M. Élie de Beaumont** soumet aux météorologistes la remarque suivante :

« Les journaux ont dit dernièrement :

« Un froid excessif règne en ce moment dans le Nord-Yorkshire. Vendredi et samedi (2 et 3 juin 1871), la neige est tombée sur les collines, dont les sommets étaient tout blancs. La récolte des fruits a été fortement endommagée par ce froid excessif. (*Journal des Débats* du 8 juin 1871.) »

» Je rappellerai, à cette occasion, un fait que M. Arago se plaisait souvent à citer : « Le 31 mai 1793, les habitants de Paris furent surpris de » voir, à leur réveil, tous les toits couverts de neige! » Sauf des différences de deux ou trois jours dans la date, et de 5 à 6 degrés dans la latitude, différences qui tendent à se compenser dans une certaine mesure, c'est le même phénomène reproduit à un intervalle de soixante-dix-huit ans, c'est-à-dire presque deux fois quarantenaire.

» Ce phénomène étant par lui-même assez notable, il me paraîtrait désirable que ceux qui ont été témoins de quelque chute de neige, dans la partie moyenne de l'Europe occidentale, aux environs du 1er juin dernier, voulussent bien en écrire et en publier l'indication, pendant que la mémoire n'en est pas encore effacée.

» Voici un autre fait météorologique dont il serait bon, je crois, de préciser et de fixer le souvenir.

» Dans quelques points des environs de Paris, les jeunes pousses de la vigne et même les jeunes pousses des chênes ont été gelées dans la nuit du mercredi 17 au jeudi 18 mai.

» On assure en même temps que, dans beaucoup de parties de la France, les vignes ont été ravagées par une gelée du mois de mai.

» Il serait intéressant de savoir si partout c'est dans la nuit du mercredi 17 au jeudi 18 mai que ce désastreux phénomène s'est accompli.

» *N. B.* Le 18 mai était le dernier jour de la lune rousse. »

MÉMOIRES LUS.

PHYSIQUE. — *Note sur des relations simples entre la pression de la vapeur aqueuse et la température; par* **M. J.-G. Duperray.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Regnault, Phillips, Jamin.)

« A défaut d'une loi naturelle liant la pression de la vapeur aqueuse à la température, la science possède de nombreuses formules empiriques, plus ou moins exactes, mais peu pratiques et dont la complication n'a pas per-

mis, notamment, d'introduire la température dans l'évaluation du travail des machines à vapeur.

» Ce calcul, en particulier, réclamerait une relation où la tension fût une fonction simple de la température, et réciproquement. Une extrême simplicité rachèterait suffisamment, aux yeux des praticiens, l'inexactitude de la loi. En effet, sans parler des discordances thermométriques, inévitables en pratique, on conçoit qu'une erreur relative de quelques centièmes serait noyée dans l'écart moyen de 50 pour 100, qui existe entre le travail théorique et le rendement des machines à vapeur.

» Estimant donc que les calculateurs accueilleraient volontiers toute formule élémentaire d'interpolation, ne fût-elle qu'approchée et partielle, je n'ai pas hésité à sacrifier l'exactitude et l'unité de la loi à la simplicité, et j'ai divisé la suite des pressions en quatre séries, régies approximativement par des puissances entières de la température.

» J'ai été conduit ainsi aux lois suivantes :

La pression de la vapeur aqueuse est sensiblement proportionnelle,

1° de 10 à 24 degrés à la 1re puissance de la température.
2° de 25 à 50......... 2e »
3° de 51 à 96......... 3e »
4° de 97 à 230........ 4e »

L'erreur relative moyenne	de la première loi est de	...	2,3	pour 100
»	de la deuxième »	...	2,4	»
»	de la troisième »	...	2,3	»
»	de la quatrième »	...	1,7	»

» Sous réserve de cette erreur, on a les relations suivantes, selon qu'on exprime la pression en mètres de mercure, en atmosphères ou en kilogrammes par centimètre carré :

De 10 à 24°.....	$f^m = 0,087453\,t$,	$f^a = 0,11507\,t$,	$f^k = 0,11890\,t$,
De 25 à 50°.....	$f^m = 0,35193\,t^2$,	$f^a = 0,46307\,t^2$,	$f^k = 0,47848\,t^2$,
De 51 à 96°.....	$f^m = 0,69997\,t^3$,	$f^a = 0,92101\,t^3$,	$f^k = 0,95167\,t^3$,
De 97 à 230°....	$f^m = 0,7247849\,t^4$;	$f^a = 0,9536643\,t^4$;	$f^k = 0,9854125\,t^4$.

» Ces coefficients ont été obtenus en calculant les rapports de la pression à la première, à la deuxième, à la troisième, à la quatrième puissance de la température, pour tous les degrés de ces quatre régions de l'échelle, et en prenant la moyenne. J'ai adopté naturellement la table de M. Regnault, qui fait loi sur la matière, soit parce qu'elle est la plus récente,

soit surtout par l'habileté incontestée de son auteur. L'origine des températures est le zéro centigrade. L'unité est l'intervalle de 100 degrés.

» De ces quatre lois, deux sont intéressantes au point de vue du calcul des machines à vapeur, la seconde et la quatrième, qui régissent, l'une la pression dans la chaudière, l'autre la partie de la contre-pression qui est due à la vapeur dégagée par l'eau du condenseur.

» La troisième formule du second groupe, $f^k = 0,47848\,t^2$, diffère peu de $f^k = \frac{t^2}{2}$: l'erreur relative moyenne de la pression s'élève, il est vrai, de 2,4 à 4,8 pour 100; l'erreur moyenne de la température monte de $\frac{1}{2}$ degré à 0°,8. Ainsi :

» *La pression en kilogrammes, par centimètre carré, de 25 à 50 degrés, est sensiblement la moitié du carré de la température.*

» *Exemple.* — La pression à 30 degrés, c'est-à-dire à la température 0°,3, est la moitié de 0kg,09 ou 45 grammes. La valeur exacte est 43 grammes.

» Quant au quatrième groupe, si l'on en exclut les trois températures inférieures à 100 degrés, on obtient, pour la loi de la pression de 100 à 230 degrés,

$$f^m = 0,7238220\,t^4, \quad f^a = 0,9523974\,t^4, \quad f^k = 0,9841033\,t^4.$$

» L'erreur relative moyenne de la pression est de $1\frac{2}{3}$ pour 100; l'erreur moyenne de la température est de 0°,8.

» La troisième formule de ce groupe diffère peu de $f^k = t^4$. L'erreur relative moyenne de la pression est de 2,2 pour 100; l'erreur moyenne de la température est de $\frac{3}{4}$ de degré. Ainsi :

» *La pression en kilogrammes, par centimètre carré, au-dessus de 1 atmosphère, est sensiblement la quatrième puissance de la température.*

» *Exemple.* — La pression à 200 degrés serait 16 kilogrammes. La valeur exacte est 15kg,892. Différence : 108 grammes, ou la 150e partie de la valeur exacte.

» Les vingt-six rapports de la pression à la température, de 25 à 50 degrés, et les cent trente et un rapports de la pression à la quatrième puissance de la température, de 100 à 230 degrés, pourront servir à calculer des formules d'interpolation partielles beaucoup plus exactes, entre des limites plus resserrées de la température, répondant aux divers cas pratiques.

» Ainsi, de 30 à 45 degrés, limites habituelles des températures du con-

denseur, le coefficient de t^2 serait 0,34505; l'erreur relative moyenne se réduirait à $1\frac{1}{2}$ pour 100.

» Pareillement, de 1 à 12 atmosphères, soit de 100 à 189 degrés, limites ordinaires des températures de la chaudière, le coefficient de t^4 serait 0,7180797; l'erreur relative moyenne descendrait à 1,3 pour 100. Pour les machines ordinaires à haute pression, qui travaillent entre 4 et 8 atmosphères, soit entre 144 et 171 degrés, le coefficient de t^4 serait 0,7096760; l'erreur relative moyenne se réduirait à $\frac{1}{2}$ pour 100.

» En un mot, la connaissance des rapports de la pression aux puissances de la température permettra de calculer des formules d'interpolation partielles, dont l'exactitude laissera peu à désirer.

» Aussi me semble-t-il utile de donner, à la suite de cette Note, la table de ces rapports. Elle comprend quatre séries successives, répondant aux quatre divisions de l'échelle des températures.

» Bien que le 50e degré appartienne à la loi du carré de la température, et que le 97e, le 98e et le 99e dépendent de la quatrième puissance, en ce sens qu'il y a moins d'erreur à les y comprendre qu'à les ranger dans la série voisine, il serait peut-être bon, pour faciliter la mémoire, de les faire rentrer dans le troisième groupe, de manière à jalonner l'échelle des températures à 10, 25, 50, 100 degrés. En admettant ce point de vue, il faudrait modifier légèrement certains coefficients.

» Les relations définitives entre la pression et la température seraient alors les suivantes :

De 10 à 24°....	$f^m = 0,087453\,t$,	$f^a = 0,11507\,t$,	$f^k = 0,11890\,t$,
De 25 à 49°....	$f^m = 0,35129\,t^2$,	$f^a = 0,46225\,t^2$,	$f^k = 0,47763\,t^2$,
De 50 à 99°....	$f^m = 0,70378\,t^3$,	$f^a = 0,92602\,t^3$,	$f^k = 0,95685\,t^3$,
De 100 à 230°...	$f^m = 0,7238220\,t^4$;	$f^a = 0,9523974\,t^4$;	$f^k = 0,9841033\,t^4$.

» Les formules propres au calcul mental seraient :

A partir de	10°..........	$f^k = \frac{1}{8}t$,
»	25°..........	$f^k = \frac{1}{2}t$,
»	50°..........	$f^k = t^3$,
»	100°..........	$f^k = t^4$.

Table *pour le calcul des formules d'interpolation partielles liant la pression de la vapeur aqueuse à la température.*

RAPPORT *de la pression à la 1re puissance de la température.*

0,10°	0,09165
0,11	0,089018
0,12	0,087142
0,13	0,085862
0,14	0,085057
0,15	0,08466
0,16	0,0846
0,17	0,084829
0,18	0,085317
0,19	0,086032
0,20	0,086955
0,21	0,088071
0,22	0,089359
0,23	0,090817
0,24	0,092433

RAPPORT *de la pression à la 2e puissance de la température.*

0,25°	0,37680
0,26	0,36964
0,27	0,36358
0,28	0,35843
0,29	0,35413
0,30	0,35053
0,31	0,34762
0,32	0,34530
0,33	0,34354
0,34	0,34226
0,35	0,34144
0,36	0,34106
0,37	0,34106
0,38	0,34143
0,39	0,34214
0,40	0,34316
0,41	0,34450
0,42	0,34612
0,43	0,34800
0,44	0,35015
0,45	0,35255
0,46	0,35519
0,47	0,35805
0,48	0,36113
0,49	0,36443
0,50	0,36793

RAPPORT *de la pression à la 3e puissance de la température.*

0,50°	0,73583
0,51	0,72868
0,52	0,72215
0,53	0,71630
0,54	0,71097
0,55	0,70612
0,56	0,70177
0,57	0,69793
0,58	0,69453
0,59	0,69150
0,60	0,68884
0,61	0,68658
0,62	0,68463
0,63	0,68303
0,64	0,68173
0,65	0,68075
0,66	0,68002
0,67	0,67955
0,68	0,67931
0,69	0,67933
0,70	0,67957
0,71	0,68002
0,72	0,68069
0,73	0,68158
0,74	0,68262
0,75	0,68391
0,76	0,68533
0,77	0,68693
0,78	0,68867
0,79	0,69060
0,80	0,69266
0,81	0,69488
0,82	0,69725
0,83	0,69975
0,84	0,70238
0,85	0,70513
0,86	0,70802
0,87	0,71103
0,88	0,71417
0,89	0,71742
0,90	0,72078
0,91	0,72425
0,92	0,72785
0,93	0,73153
0,94	0,73533
0,95	0,73922
0,96	0,74320
0,97	0,74728
0,98	0,75147
0,99	0,75575

RAPPORT *de la pression à la 4e puissance de la température.*

0,97°	0,7703995
0,98	0,7668087
0,99	0,7633854
1,00	0,760
1,01	0,7568585
1,02	0,7538670
1,03	0,7510203
1,04	0,7483042
1,05	0,7457057
1,06	0,7432294
1,07	0,7408780
1,08	0,7386390
1,09	0,7365143
1,10	0,7344920
1,11	0,7325682
1,12	0,7307378
1,13	0,7289969
1,14	0,7273530
1,15	0,7257892
1,16	0,7243132
1,17	0,7229145
1,18	0,7215990
1,19	0,7203520
1,20	0,7191743
1,21	0,7180715
1,22	0,7170340
1,23	0,7160576
1,24	0,7151468
1,25	0,7142933
1,26	0,7134966
1,27	0,7127573
1,28	0,7120780
1,29	0,7114437
1,30	0,7108573
1,31	0,7103362
1,32	0,7098352
1,33	0,7093910
1,34	0,7089928
1,35	0,7086332
1,36	0,7083150
1,37	0,7080342
1,38	0,7077982
1,39	0,7075898
1,40	0,7074213
1,41	0,7072843
1,42	0,7071796
1,43	0,7071092
1,44	0,7070672
1,45	0,7070572
1,46	0,7070730
1,47	0,7071160
1,48	0,7071872
1,49	0,7072835
1,50	0,7074035
1,51°	0,7075460
1,52	0,7077138
1,53	0,7079040
1,54	0,7081127
1,55	0,7083430
1,56	0,7085952
1,57	0,7088660
1,58	0,7091528
1,59	0,7094593
1,60	0,7097810
1,61	0,7101195
1,62	0,7104723
1,63	0,7108410
1,64	0,7112256
1,65	0,7116212
1,66	0,7120313
1,67	0,7124525
1,68	0,7128875
1,69	0,7133358
1,70	0,7137917
1,71	0,7142612
1,72	0,7147378
1,73	0,7152258
1,74	0,7157202
1,75	0,7162275
1,76	0,7167412
1,77	0,7172618
1,78	0,7177900
1,79	0,7183262
1,80	0,7188680
1,81	0,7194160
1,82	0,7199712
1,83	0,7205300
1,84	0,7210952
1,85	0,7216652
1,86	0,7222385
1,87	0,7228162
1,88	0,7233983
1,89	0,7239832
1,90	0,7245725
1,91	0,7251632
1,92	0,7257572
1,93	0,7263517
1,94	0,7269495
1,95	0,7275488
1,96	0,7281493
1,97	0,7287509
1,98	0,7293532
1,99	0,7299563
2,00	0,7305600
2,01	0,7311648
2,02	0,7317678
2,03	0,7323715
2,04	0,7329732
2,05	0,7335742
2,06	0,7341747
2,07	0,7347753
2,08	0,7353737
2,09	0,7359697
2,10	0,7365653
2,11	0,7371563
2,12	0,7377473
2,13°	0,7383345
2,14	0,7389199
2,15	0,7395022
2,16	0,7400803
2,17	0,7406577
2,18	0,7412297
2,19	0,7417994
2,20	0,7423657
2,21	0,7429282
2,22	0,7434867
2,23	0,7440410
2,24	0,7445915
2,25	0,7451367
2,26	0,7456773
2,27	0,7462142
2,28	0,7467469
2,29	0,7472743
2,30	0,7477959

La pression, empruntée à la Table de M. Regnault, est exprimée en mètres de mercure.

L'intervalle de 100 degrés est pris pour unité.

PHILOSOPHIE DE LA SCIENCE. — *Plan d'études appliqué à la connaissance des astres.* 3e Partie : *Constitution physique du Soleil* (1). Note de **M. A. Boillot.**

(Commissaires précédemment nommés : MM. Fremy, H. Sainte-Claire Deville, Jamin.)

« En publiant son système cosmogonique, Laplace prouva que le calcul, auquel il avait soumis tant de beaux et difficiles problèmes, était impuissant dans la recherche des causes premières. Les idées du Newton français ont eu un grand succès, parce qu'elles étaient le fruit d'une imagination brillante, guidée par les principes de la science; mais ces idées n'en sont pas moins une hypothèse fondée sur l'existence de la matière, du mouvement, de l'attraction, de la dilatation et d'autres propriétés des corps.

» Des théories tendant à expliquer la constitution du Soleil ont été développées avec sagacité de la part de leurs auteurs ; néanmoins il faut avouer que cette grande question se complique, à mesure que le nombre des découvertes augmente. Mais avant d'émettre nos doutes sur la manière dont on a interprété les effets observés, il importe d'énoncer très-succinctement les recherches entreprises et les principes qui ont cours aujourd'hui.

» Une observation attentive des taches solaires convainquit Wilson qu'elles existaient au-dessous de la surface de l'astre. Pour expliquer ce phénomène, Herschel supposa une atmosphère composée de deux couches enveloppant un noyau obscur et solide. Mais ce fut Arago qui donna à l'hypothèse d'une atmosphère solaire la sanction de l'expérience. L'observation des protubérances conduisit plus tard cet illustre savant à imaginer une troisième enveloppe entourant la photosphère.

» Tout en se fondant sur ce que les solides et les liquides incandescents, seuls, donnent un spectre continu, M. Kirchhoff admet que le noyau solaire laisse dégager, sous l'influence de sa haute température, des vapeurs métalliques qui se répandent dans l'atmosphère très-dense dont il est entouré. De là les raies noires du spectre solaire, qui coïncident si bien avec les raies brillantes que donnent les différentes vapeurs métalliques dans une flamme. M. Kirchhoff a proposé une explication des taches du Soleil qui consiste à admettre qu'elles proviennent de nuages formés dans l'atmosphère de l'astre au-dessus de sa surface brillante.

» L'ingénieuse théorie de M. Faye repose entièrement sur l'hypothèse qui ferait du Soleil une masse gazeuse. Les diverses substances entrant dans

(1) Voir les *Comptes rendus* des 1er et 15 mai 1871.

la composition de l'astre lumineux seraient dissociées, les combinaisons ne pouvant s'effectuer qu'à la surface, par un abaissement notable de la température à laquelle ces substances sont soumises dans l'intérieur relativement obscur.

» De son côté, M. Janssen qui, après la belle observation de l'éclipse du 16 août 1868, continua d'étudier les *protubérances, trouva dans ces appendices tous les caractères de la lumière émise par des masses gazeuses incandescentes,* masses *principalement composées de gaz hydrogène, et provenant des soulèvements d'une première enveloppe rose extérieure du Soleil, nommée* chromosphère, à laquelle est probablement due la couronne des éclipses.

» Ces observations ont aussi été faites par M. Lockyer.

» Les faits optiques qu'il importe de rappeler sont les suivants. Les liquides et les solides en incandescence ou en combustion donnent des spectres continus. Les gaz incandescents donnent des spectres discontinus, c'est-à-dire des bandes lumineuses séparées par de larges intervalles obscurs. Les gaz non assez chauds pour être incandescents absorbent les rayons qu'ils émettent quand ils sont incandescents; d'où les bandes lumineuses précédentes sont remplacées par des raies noires; les spectres sont intervertis. Des gaz et des vapeurs non assez chauds pour être lumineux et dans lesquels flottent des poussières, vapeurs, nuages lumineux, donnent un spectre parsemé de raies noires; c'est encore un spectre interverti. Un corps solide ou liquide lumineux donne de la lumière polarisée, en prenant les rayons sur les bords. Un gaz lumineux ne fournit aucune trace de polarisation. Des nuages lumineux solides ou liquides, dans une atmosphère gazeuse lumineuse ou non, ne donnent pas de rayons polarisés. Or le spectre solaire est un spectre continu, traversé par de nombreuses raies noires; c'est un spectre interverti. De plus, les bords ne présentent pas de trace de polarisation. Donc, d'après l'examen du spectre solaire et les phénomènes de polarisation fournis par les bords de l'astre lumineux, il existe une *photosphère formée d'une atmosphère gazeuse, dans laquelle flottent des nuages lumineux solides ou liquides.*

» Nous pouvons chercher maintenant à nous représenter le jeu de tous les matériaux constituant le Soleil. Les éléments sont dissociés dans la profondeur de la masse; à la surface, les combinaisons s'effectuent et les particules solides qui en résultent communiquent à la lumière l'intensité que nous lui connaissons. La pression doit augmenter considérablement, à mesure que les matières se rapprochent du centre, et cette pression exerce encore son influence sur le pouvoir éclairant de l'astre.

» D'après cela, pour concevoir une obscurité relative du noyau, il faudrait démontrer que l'énorme pression à laquelle il est soumis est insuffisante pour lui transmettre un pouvoir lumineux aussi intense que celui qui frappe notre vue et attribué seulement à la surface du Soleil. Les expériences de M. Frankland nous portent, au contraire, à croire que le noyau solaire doit paraître lumineux, tout en supposant ce noyau gazéiforme.

» Mais la densité moyenne du Soleil n'indique-t-elle pas un corps liquide? Cette densité, en effet, est supérieure au quart de celle de la Terre, et celle-ci est égale à cinq fois environ celle de l'eau. Si l'on considère que les couches superposées vont en augmentant de densité de la surface au centre, on en conlura que la densité du noyau de l'astre est notablement plus grande que celle de l'eau. Cette densité, d'ailleurs, si elle était égale à celle de l'eau, répondrait, pour certaines couches, à une pression de 1000 atmosphères, au moins; et l'on sait, d'après les expériences de M. Cailletet, que le gaz le plus léger connu, l'hydrogène, soumis à une pression de 400 atmosphères, ne peut pas prendre la forme gazeuse lorsque toutes les autres circonstances sont réunies pour produire son dégagement. Ajoutons que toutes les densités de vapeurs déterminées sont beaucoup plus faibles que la densité de l'eau, qu'en augmentant en même temps la pression et la température on détermine, dans un espace non limité, des variations contraires de densité, et nous légitimerons peut-être nos doutes sur la possibilité d'un noyau solaire à l'état gazeux. L'exemple de l'acide carbonique liquide, dans l'appareil de Thilorier, pourrait encore servir à corroborer cette opinion.

» Quant aux substances gazeuses qui entourent le noyau du Soleil, si leur existence est prouvée, la nature même des éléments constituant l'astre lumineux ne nous est pas connue. L'induction nous porte à supposer, il est vrai, que tous les corps découverts sur notre Terre doivent se trouver dans le Soleil; mais les observations faites jusqu'ici ne nous paraissent pas décisives pour en conclure que ces corps y sont réellement. M. Mittcherlich a montré que les sulfates, les chlorures, les oxydes d'un même métal ne donnent pas toujours un spectre; et lorsqu'il y a un spectre, les raies ne sont pas toujours les mêmes. Ceci met en doute les conséquences qu'on a tirées des raies spectrales. D'ailleurs, il paraîtraît que l'*erbine* (oxyde de l'erbium) ne donne que quelques bandes lumineuses lorsqu'on la porte à une température élevée. Cette exception mettrait en défaut la loi qui attribue des teintes graduées, se fondant les unes dans les autres, aux corps incandescents solides ou liquides. Les astres lumineux ne peuvent-ils pas être constitués par des matières qui se comportent comme l'erbine, ou qui

donnent des raies semblables à celles de certaines autres substances? C'est une question que l'on ne saurait résoudre, dans l'état actuel de nos connaissances.

» Ajoutons à ce qui précède qu'en brûlant de l'hydrogène dans de l'oxygène, et inversement, on obtient le même spectre; que cette remarque, qui ouvre une nouvelle voie aux expériences, s'étend à toutes les flammes directes et inverses, et l'on en induira qu'il est bien difficile de préciser la nature d'une couche solaire quelconque, surtout si l'on a égard à l'influence de l'atmosphère terrestre, des nébulosités cométaires dans le voisinage du Soleil, de la matière zodiacale et des anneaux cosmiques. Ainsi, une grande réserve est commandée lorsqu'il s'agit de se prononcer sur la constitution physique du Soleil, et, à plus forte raison, sur la nature des éléments sidéraux.

» On ne saurait trop répéter que le dernier mot de la science ne sera jamais dit; notre esprit se brise continuellement contre des impossibilités que nous croyons toujours pouvoir surmonter. Les mouvements planétaires eux-mêmes, qui passent pour être exactement connus, ne reposent cependant que sur une fausse hypothèse, celle de l'immobilité du Soleil. Mettons en mouvement l'astre qui nous éclaire, ainsi qu'il l'est réellement, et nous voyons le calcul ne constater que des mouvements relatifs : les mouvements vrais sont ignorés. Là, comme partout ailleurs, la réalité se cache. Forcés de nous contenter des vérités relatives, nous ne saurions oublier, toutefois, que la vérité absolue existe nécessairement et ne peut résider que dans une intelligence infinie. »

M. **Ch. Emmanuel** donne lecture d'une nouvelle Note « Sur la rotation des sphères flottantes ».

L'auteur se met à la disposition de tous les Membres de l'Académie qui voudraient vérifier l'exactitude des expériences décrites dans cette Note, et de toutes ses autres expériences sur les corps flottants.

Cette Note sera soumise, comme la précédente, à l'examen d'une Commission composée de MM. Edm. Becquerel, Phillips, Jamin.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **Pigeon** adresse, de Fourchambault, une nouvelle Note sur les effets des antiseptiques dans les maladies épidémiques.

Suivant l'auteur, tous les antiseptiques ou désinfectants, quels qu'ils soient, employés comme moyens préservatifs de la cause originelle soit du choléra, soit de la variole, soit de toute autre maladie épidémique, ont été admis jusqu'ici sans aucune preuve justifiant leur emploi, et même sans aucune probabilité de réussite.

(Renvoi à la Section de Médecine et de Chirurgie.)

M. H. Simon adresse, de Constantine, une Note relative au problème de la locomotion aérienne.

(Renvoi à la Commission nommée pour les questions relatives à l'aérostation.)

M. Bergeret écrit, de Saint-Étienne, pour exprimer son intention d'adresser une série de pièces destinées au concours des prix de Médecine et de Chirurgie, et pour demander si les interruptions éprouvées par les correspondances ne détermineront pas l'Académie à reculer, pour cette année, la limite de temps assignée à ces envois.

On fera savoir à l'Auteur que, en vertu d'une décision déjà insérée au *Compte rendu* de la séance dernière, la clôture des concours pour tous les prix proposés sera prorogée, en 1871, du 1er juin au 1er *août*, terme définitif et de rigueur.

CORRESPONDANCE.

MÉTÉOROLOGIE. — *Station météorologique des Açores*. Extrait d'une Lettre de M. **Buijs-Ballot** à M. Delaunay.

« Depuis plusieurs années j'ai exhorté divers météorologistes, tant par lettres que par publications dans les journaux scientifiques, à témoigner leur sympathie pour mon projet d'un câble transatlantique, entre l'Amérique et l'Europe, passant par les Açores avec une station à Corvo ou Flores, afin qu'on pût connaître l'état atmosphérique dans ces îles, et pour en déduire des avis tant pour les navires prêts à sortir de nos ports, que pour les navires passant en vue de ces îles, s'ils devaient ou ne devaient pas se hâter d'entrer dans la Manche ou dans la Méditerranée.

» Je suppose que les tempêtes se divisent, à cette hauteur environ, en deux branches, l'une plus septentrionale allant visiter l'Angleterre et la France septentrionale, l'autre se dirigeant plus au sud et entrant en partie dans la Méditerranée.

» On pourrait connaître, de jour en jour, la différence barométrique entre les Açores et les diverses parties et régions de l'Europe, et l'on pourrait dire avec quelque probabilité quelles seraient la direction et la force des vents dans ces parages.

» En tout cas, il est d'un grand intérêt d'avoir un observatoire fixe dans ces endroits, et de connaître bien vite l'état moyen de l'atmosphère, la proportion des vents de N., S., E., O., etc. dans ces régions où passent une grande partie, les deux tiers de nos navires, quand ils rentrent de l'Amérique du Sud, du Cap, des Indes orientales, etc., dans les ports de l'Europe.

» Je suis heureux de pouvoir annoncer que, probablement en septembre 1872, ce câble, cet observatoire, cette communication seront établis. M. Fradesso da Silveira, directeur de l'observatoire de Lisbonne, passera par la France, ira probablement vous rendre visite, puis par la Belgique, et viendra chez moi à Utrecht pour parler avec moi de cette affaire.

» J'espère que les savants témoigneront de leur sympathie et me communiqueront leurs désirs et leurs vœux, afin que je puisse en informer M. da Silveira. »

M. **Delaunay**, après avoir donné lecture de cette lettre, s'exprime comme il suit :

« Nos sympathies pour l'entreprise de M. Buijs-Ballot sont d'autant moins douteuses que depuis cinq ou six ans l'Observatoire de Paris a souvent exprimé le vœu que les Açores entrassent dans le réseau de télégraphie météorologique de l'Europe. Les observations régulières faites, entre autres, par M. do Canto à Ponta-Delgada (Açores) ont d'ailleurs justifié nos prévisions sur l'importance de la station des Açores. Nous serons donc très-heureux d'apprendre le succès complet des démarches actives de M. Buijs-Ballot.

» Les stations météorologiques des Açores dont nous recevons les documents, que veut bien nous adresser M. da Silveira, sont : *Angra do Heroismo*, par le Dr Jose-Augusto-Nogueira de Sampaio; *Ponta-Delgada*, par le Dr Eugenio do Canto; puis *Funchal*, à Madère, par le coronel de engenheiros, Antonio-Pedro de Azevedo. Ce dernier poste est établi près du fort de S. Lourenço.

» Nous rappellerons, à cette occasion, que grâce à l'Angleterre, la station météorologique de *Heart's-Content* (Terre-Neuve) fait partie du réseau météorologique international, et que nous recevons assez régulièrement ses observations de la veille. »

M. **Élie de Beaumont** fait de son côté la remarque suivante :

« Depuis plusieurs années, en lisant le *Bulletin météorologique* publié quotidiennement par l'Observatoire de Paris, j'avais éprouvé un regret, que j'ai plus d'une fois manifesté, en n'y trouvant pas une station située aux Açores. Cet archipel étant placé sur le trajet du courant atmosphérique le plus constant et le plus tumultueux de nos parages, le vent du sud-ouest, la connaissance des vicissitudes météorologiques qui s'y produisent pourrait faire prévoir quelque temps à l'avance celles qui nous sont réservées. Je ne pourrais donc qu'applaudir sans réserve à la réalisation du projet de M. Buijs-Ballot. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces orthogonales.* Note de **M. F. Tisserand**, présentée par M. Delaunay.

« Cherchant à généraliser le système orthogonal *triple et un* des surfaces homofocales du second degré, nous allons résoudre la question suivante : a, b, c désignant trois constantes réelles, déterminer les quatre fonctions U de x, y, z, X de x seul, Y de y seul, Z de z seul, ces trois dernières conservant toujours le même signe, commun à toutes les trois, pour toutes les valeurs de x, y, z, de façon que le système des surfaces représentées par les équations

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{X}{\rho-a}+\frac{Y}{\rho-b}+\frac{Z}{\rho-c}&=U,\\ \frac{X}{\mu-a}+\frac{Y}{\mu-b}+\frac{Z}{\mu-c}&=U,\\ \frac{X}{\nu-a}+\frac{Y}{\nu-b}+\frac{Z}{\nu-c}&=U \end{aligned}\right.$$

soit un système orthogonal.

» On sait que, dans ces conditions, il y aura toujours trois surfaces réelles passant en un point donné de l'espace.

» Les conditions d'orthogonalité donnent trois équations dont nous n'écrirons que la première :

$$\left(\frac{1}{\mu-a}+\frac{1}{\nu-a}\right)X'\frac{dU}{dx}+\left(\frac{1}{\mu-b}+\frac{1}{\nu-b}\right)Y'\frac{dU}{dy}+\left(\frac{1}{\mu-c}+\frac{1}{\nu-c}\right)Z'\frac{dU}{dz}$$
$$=\sum\left(\frac{dU}{dx}\right)^2+\frac{X'^2}{(\mu-a)(\nu-a)}+\frac{Y'^2}{(\mu-b)(\nu-b)}+\frac{Z'^2}{(\mu-c)(\nu-c)}.$$

» Les deux autres s'obtiennent en permutant ρ, μ, ν; X', Y', Z' dénotent des dérivées, et $\sum\left(\frac{dU}{dx}\right)^2$ représente $\left(\frac{dU}{dx}\right)^2+\left(\frac{dU}{dy}\right)^2+\left(\frac{dU}{dz}\right)^2$.

» Si l'on résout ces trois équations par rapport aux quantités $X'\frac{dU}{dx}$, $Y'\frac{dU}{dy}$, $Z'\frac{dU}{dz}$, qui n'y figurent qu'au premier degré, et qu'on remplace les fonctions symétriques de ρ, μ, ν, introduites par leurs valeurs en fonction de $\frac{X}{U}$, $\frac{Y}{U}$, $\frac{Z}{U}$, on trouve les trois équations suivantes, débarrassées de ρ, μ, ν:

$$(2)\quad\left\{\begin{aligned}
&\frac{2X'}{X}\frac{dU}{dx}=V-\frac{X'^2}{X}\left(\frac{1}{a-c}+\frac{1}{a-b}\right)-\frac{Y'^2}{Y}\left(\frac{1}{c-b}+\frac{1}{b-a}\right)-\frac{Z'^2}{Z}\left(\frac{1}{b-c}+\frac{1}{c-a}\right),\\
&\frac{2Y'}{Y}\frac{dU}{dy}=V-\frac{X'^2}{X}\left(\frac{1}{c-a}+\frac{1}{a-b}\right)-\frac{Y'^2}{Y}\left(\frac{1}{b-a}+\frac{1}{b-c}\right)-\frac{Z'^2}{Z}\left(\frac{1}{a-c}+\frac{1}{c-b}\right),\\
&\frac{2Z'}{Z}\frac{dU}{dz}=V-\frac{X'^2}{X}\left(\frac{1}{b-a}+\frac{1}{a-c}\right)-\frac{Y'^2}{Y}\left(\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}\right)-\frac{Z'^2}{Z}\left(\frac{1}{c-b}+\frac{1}{c-a}\right),\\
&\text{où}\\
&V=\frac{1}{U}\sum\left(\frac{dU}{dx}\right)^2-\frac{X+Y+Z}{U}\left[\frac{\frac{X'^2}{X}}{(a-b)(a-c)}+\frac{\frac{Y'^2}{Y}}{(b-c)(b-a)}+\frac{\frac{Z'^2}{Z}}{(c-a)(c-b)}\right].
\end{aligned}\right.$$

» En combinant ces équations, on obtient les deux suivantes :

$$(3)\quad\left\{\begin{aligned}
&(c-b)\frac{X'}{X}\frac{dU}{dx}+(a-c)\frac{Y'}{Y}\frac{dU}{dy}+(b-a)\frac{Z'}{Z}\frac{dU}{dz}=0,\\
&\frac{X'}{X}\frac{dU}{dx}-\frac{Y'}{Y}\frac{dU}{dy}=(b-a)\left[\frac{\frac{X'^2}{X}}{(a-b)(a-c)}+\frac{\frac{Y'^2}{Y}}{(b-c)(b-a)}+\frac{\frac{Z'^2}{Z}}{(c-a)(c-b)}\right];
\end{aligned}\right.$$

la première de ces équations s'intègre aisément, et donne, en désignant par φ une fonction arbitraire,

$$U=\varphi(u, v),$$

en faisant

$$(4)\quad\left\{\begin{aligned}
u&=\frac{1}{b-a}\int\frac{Z}{Z'}\,dz+\frac{1}{b-c}\int\frac{X}{X'}\,dx,\\
v&=\frac{1}{b-a}\int\frac{Z}{Z'}\,dz+\frac{1}{c-a}\int\frac{Y}{Y'}\,dy.
\end{aligned}\right.$$

» Si l'on porte cette valeur de U dans la deuxième équation (3), on trouve

$$(5)\quad\frac{1}{c-b}\frac{dU}{du}+\frac{1}{c-a}\frac{dU}{dv}=(a-b)\left[\frac{\frac{X'^2}{X}}{(a-b)(a-c)}+\frac{\frac{Y'^2}{Y}}{(b-c)(b-a)}+\frac{\frac{Z'^2}{Z}}{(c-a)(c-b)}\right];$$

le second membre de cette équation ne devra plus contenir z quand on y aura remplacé x et y par leurs valeurs en u, v et z, tirées des formules (4); sa dérivée, prise par rapport à z dans dans cette hypothèse, doit donc être nulle, ce qui donne

$$(b-c)^2\frac{X'}{X}\frac{d\frac{X'^2}{X}}{dx}+(c-a)^2\frac{Y'}{Y}\frac{d\frac{Y'^2}{Y}}{dy}+(a-b)^2\frac{Z'}{Z}\frac{d\frac{Z'^2}{Z}}{dz}=0.$$

» Cette équation devant être vérifiée identiquement, on doit avoir, en désignant par K, K′, K″ trois constantes,

$$(b-c)^2\frac{X'}{X}\frac{d\frac{X'^2}{X}}{dx}=K,\quad (c-a)^2\frac{Y'}{Y}\frac{d\frac{Y'^2}{Y}}{dy}=K',\quad (a-b)^2\frac{Z'}{Z}\frac{d\frac{Z'^2}{Z}}{dz}=K'',$$

et

$$K+K'+K''=0.$$

» On intègre aisément ces équations; si H, H′, H″ désignent trois constantes arbitraires, on trouve, en supposant $a>b>c$,

$$dx=\sqrt{b-c}\,\frac{dX}{\sqrt[4]{X^2(2KX+H)}},\quad dy=\sqrt{a-c}\,\frac{dY}{\sqrt[4]{Y^2(2K'Y+H')}},\quad dz=\sqrt{a-b}\,\frac{dZ}{\sqrt[4]{Z^2(2K''Z+H'')}}.$$

» Nous allons montrer que si X, Y, Z doivent toujours conserver le même signe commun, les constantes K, K′, K″ doivent être nulles; car s'il n'en est pas ainsi, comme leur somme est nulle, deux d'entre elles auront le même signe, et la troisième un signe contraire. Supposons $K>0$, $K'>0$, $K''<0$; on devra avoir $H<0$; autrement X pourrait prendre des valeurs positives et des valeurs négatives, sans que le radical qui figure dans l'expression de dx, et par conséquent sans que x, cesse d'être réel; de même pour H′ et H″. Alors X et Y resteront toujours positifs, mais Z toujours négatif, ce qui ne peut nous convenir.

» On doit donc avoir

$$K=K'=K''=0.$$

On trouve alors, en désignant par A, B, C trois constantes positives,

$$X=Ax^2,\quad Y=By^2,\quad Z=Cz^2.$$

» Voilà donc trois de nos fonctions déterminées; l'équation (5) devient

$$\frac{1}{c-b}\frac{dU}{du}+\frac{1}{c-a}\frac{dU}{dv}=4L(a-b),$$

en posant

$$(6) \qquad L = \frac{A}{(a-b)(a-c)} + \frac{B}{(b-c)(b-a)} + \frac{C}{(c-a)(c-b)}.$$

» On tire de là la valeur de U en u et v, et par suite en x, y, z; voici cette valeur, en désignant par ψ une fonction arbitraire :

$$U = -L(ax^2 + by^2 + cz^2) + \psi(w),$$

où

$$w = x^2 + y^2 + z^2.$$

» Les valeurs trouvées pour X, Y, Z, et la valeur précédente de U vérifient les équations (3), combinaisons linéaires des équations (2); il nous reste à exprimer qu'elles satisfont à la première des équations (1); nous trouvons ainsi l'équation

$$w\left(\frac{d\psi}{dw}\right)^2 - 2\psi\frac{d\psi}{dw} + M\psi - LNw = 0,$$

en posant, pour abréger,

$$(7) \qquad \begin{cases} M = A\dfrac{b+c}{(a-b)(a-c)} + B\dfrac{c+a}{(b-c)(b-a)} + C\dfrac{a+b}{(c-a)(c-b)}, \\ N = A\dfrac{bc}{(a-b)(a-c)} + B\dfrac{ca}{(b-c)(b-a)} + C\dfrac{ab}{(c-a)(c-b)}. \end{cases}$$

» Résolvant l'équation en $\frac{d\psi}{dw}$, nous trouvons

$$w\frac{d\psi}{dw} = \psi \pm \sqrt{\psi^2 - M\psi w + LNw^2}.$$

» Cette équation, qui est homogène, s'intègre aisément, et donne pour ψ les deux valeurs

$$\psi = Kw^2 + \frac{M}{2}w + \frac{M^2 - 4LN}{16K},$$

$$\psi = K' + \frac{M}{2}w + \frac{M^2 - 4LN}{16K'}w^2,$$

K et K' désignant deux constantes arbitraires. Nous ne conserverons que la première de ces valeurs; on s'assurera, en effet, facilement que le système orthogonal auquel conduirait la seconde valeur de ψ se déduit de l'autre au moyen d'une transformation par rayons vecteurs réciproques. On verra aussi aisément que les équations du système auquel conduit la première valeur de ψ ne contiennent que les rapports de A, B, C à K, de telle

sorte que nous pouvons faire $K = 1$. Nous aurons ainsi, pour équation de la première surface de notre système,

$$\frac{Ax^2}{\rho - a} + \frac{By^2}{\rho - b} + \frac{Cz^2}{\rho - c}$$
$$= \left(x^2 + y^2 + z^2 + \frac{M}{2}\right)^2 - L(ax^2 + by^2 + cz^2) - \frac{LN}{4},$$

où L, M, N ont les significations définies par les formules (6) et (7).

» Voilà donc trouvé un système orthogonal triple et un, de surfaces du quatrième degré, contenant les constantes, a, b, c, A, B, C, ces dernières étant assujetties à être de même signe. On voit, de plus, par l'analyse précédente, que ce système est le seul de la forme (1).

» C'est celui que M. Darboux a trouvé par d'autres considérations. »

PHYSIQUE. — *Mémoire sur les meilleures conditions de construction des électro-aimants; par* **M. Th. du Moncel.**

« Les conditions auxquelles on doit avoir égard pour la construction des électro-aimants peuvent être résumées de la manière suivante :

» 1° Les conditions de maxima qui peuvent servir à la détermination des divers éléments entrant dans la construction des électro-aimants sont complexes, et doivent s'étendre aux rapports réciproques de l'hélice magnétisante avec les dimensions de l'électro-aimant, le nombre des spires qu'elle peut fournir, la résistance du circuit et la grosseur du fil qui constitue l'hélice.

» 2° Ces conditions varient suivant que l'intensité du courant qui doit animer cet électro-aimant développe en lui un état magnétique égal, inférieur ou supérieur à celui qui correspond au point de saturation magnétique, et suivant que le circuit extérieur est isolé ou non isolé.

» 3° Sur un circuit parfaitement isolé, et dans l'hypothèse d'un état magnétique voisin de celui qui correspond au point de saturation, auquel cas les forces attractives sont proportionnelles aux carrés des intensités du courant et aux carrés des nombres de tours de spires, *l'hélice magnétisante doit avoir une épaisseur égale au diamètre des noyaux magnétiques et une résistance double de celle du circuit extérieur. La longueur de chacune des branches doit être égale à six fois leur diamètre, et la traverse qui réunit les deux branches, ainsi que l'armature, doivent avoir une longueur égale à celle de ces branches.* Enfin l'armature devra être de forme prismatique, d'une épaisseur un peu inférieure au quart du diamètre des barreaux magnétiques, disposée à plat

devant les pôles de l'électro-aimant, et articulée sur l'un d'eux de manière à se mouvoir angulairement.

» 4° Dans l'hypothèse d'un état magnétique inférieur à celui qui correspond au point de saturation, auquel cas les forces croissent dans un rapport plus rapide que celui des carrés des intensités du courant, l'hélice magnétisante doit avoir une épaisseur plus grande que le diamètre du noyau magnétique, une résistance moindre que celle du circuit extérieur, et les dimensions du noyau magnétique lui-même doivent être inférieures à celles qui auraient été déterminées si l'on était parti de l'hypothèse de la proportionnalité des forces aux carrés des intensités du courant.

» 5° Sur un circuit non isolé, comme un circuit télégraphique, les conditions que nous venons d'exposer, tout en restant les mêmes, se trouvent par le fait modifiées en ce sens, que la résistance du circuit extérieur sur laquelle elles sont fondées doit être considérée comme étant réduite dans le même rapport que la résistance totale de ce circuit extérieur s'est trouvée elle-même diminuée par le fait des dérivations.

» 6° La détermination des dimensions d'un électro-aimant, pour correspondre à un circuit extérieur de résistance donnée, est fournie par les formules

$$c = \sqrt[3]{\frac{\mathrm{H}g^2}{2\pi m}} = \sqrt[3]{\frac{\mathrm{R}g^2}{f^2} \times 9947,16068},$$

c représentant le diamètre du noyau magnétique, H la longeur du fil de l'hélice magnétisante, g le diamètre du fil constituant l'hélice avec sa couverture de soie, m le coefficient constant par lequel il faut multiplier le diamètre de l'électro-aimant pour représenter sa longueur (lequel coefficient est égal à 6 pour les électro-aimants simples, et à 12 pour les électro-aimants doubles), R la résistance du circuit extérieur, estimée en fonction de l'unité magnétique de fil télégraphique de 4 millimètres de diamètre, f un coefficient variable par lequel il faut diviser g pour obtenir le diamètre du fil dépourvu de sa couverture isolante.

» 7° Pour déterminer les dimensions d'un électro-aimant, sans spécification de la grosseur du fil et de manière que son état magnétique soit voisin de celui qui correspond au point de saturation, il faut d'abord calculer c en partant de la formule

$$c = \sqrt[5]{(\mathrm{E} - 2\mathrm{IR})^2 \times 0,000\,000\,000\,000\,000\,339\,701\,761},$$

I indiquant l'intensité du courant dans le circuit où doit être interposé

l'électro-aimant et dont la résistance totale est égale à 3R, E représentant la force électro-motrice de la pile.

» La quantité c étant ainsi déterminée, la valeur de g se déduit de l'équation

$$g^2 = f\sqrt{\frac{c^3}{R}} \times 0,0001005312.$$

» 8° La force des électro-aimants gagne beaucoup, du moins dans les limites entre lesquelles les rapports d'accroissement des forces restent proportionnels aux carrés des intensités du courant, quand on augmente le diamètre du fil de l'hélice; car si ce diamètre g devient gv, le diamètre de l'électro-aimant doit être $cv^{\frac{4}{3}}$, et l'augmentation de force qui en résulte est dans le rapport de F à $Fv^{\frac{10}{3}}$. Ainsi, en doublant le diamètre du fil d'une hélice magnétisante, la force qui est produite en plaçant l'électro-aimant dans ses conditions de maximum est plus de neuf fois plus grande que celle qui correspond au fil avant son accroissement de diamètre.

» 9° L'extra-courant produit au sein des électro-aimants, au moment de l'aimantation des noyaux magnétiques, et qui est d'autant plus fort que le nombre des spires de l'hélice est plus considérable, agissant en sens contraire du courant transmis, exige que la résistance de l'hélice des électro-aimants soumis à l'action de courants instantanés soit réduite dans une grande proportion; et cette cause, jointe à celles dont il a été question dans les paragraphes 4° et 5°, fait que la longueur du fil des électro-aimants télégraphiques, loin de présenter une résistance double de celle du circuit, doit en avoir une beaucoup moindre. »

PHYSIQUE. — *Du progrès de la télégraphie électrique;*
par **M. W. de Fonvielle.**

« La télégraphie électrique étant presque entièrement fondée sur l'emploi de l'électro-aimant, œuvre commune d'Ampère et d'Arago, l'Académie des Sciences est directement intéressée à ce que la France reprenne le premier rang à la tête d'une industrie éminemment nationale. Nous espérons que l'on nous permettra de donner quelques détails sur les moyens pratiques qui ont permis à la Grande-Bretagne d'obtenir un développement télégraphique dont elle a droit d'être fière.

» Le nombre des télégrammes expédiés au commencement de 1870 était de 130000 par semaine. A la fin de la même année il était de 250000. Il

est beaucoup plus considérable aujourd'hui. Le meilleur client de l'administration anglaise est la presse. Deux associations, représentant 1 100 journaux, réparties dans 365 villes, ont expédié une moyenne variant de 800 à 1 000 messages de vingt mots par jour. En outre, les correspondants des journaux ont expédié, à titre individuel, à peu près le même nombre de messages. Il en résulte que la presse a figuré pour 1600 à 2000 messages par jour. Ces messages représentent un volume in-8° de 3 à 400 pages par jour. Comme les messages doivent être souvent répétés un très-grand nombre de fois, on les transmet souvent avec l'appareil Wheatstone; c'est un ruban découpé à l'avance, qui ne fait que circuler sur un cylindre. La vitesse de transmission, à l'aide de cet appareil, s'élève jusqu'à *un mot par seconde*. Les erreurs commises sont moins nombreuses. Le service de la presse a été concentré dans un bureau spécial de *nouvelles*. Des fils spéciaux ont été mis à la disposition des directeurs de journaux, pendant la nuit, pour un loyer annuel de 12500 francs. Le nombre des souscripteurs, parmi lesquels je citerai le *Times*, le *Daily-News*, le *Standard*, le *Manchester-Examiner*, s'élève à sept. Il serait plus grand si le nombre des fils était suffisant. Grâce à l'usage de ces fils en location, les journaux de Londres peuvent donner à leurs lecteurs des télégrammes occupant presque toujours deux colonnes du *Times*, à peu près autant de matière que la moitié du *Gaulois* ou du *Paris-Journal* dans leurs éditions de Versailles.

» Rendre service à la presse, c'est un moyen plus sûr d'en faire un objet de revenus, que de la frapper de droits prohibitifs et de lois restrictives. Le public se détachera des feuilles vides quand on lui donnera, dans les journaux libéraux, des informations nombreuses, instantanées et précises.

» C'est, je crois, la France qui a donné l'exemple de faire de la télégraphie électrique un service public; l'Angleterre n'a exécuté cette réforme que récemment, mais elle a réuni les télégraphes à l'administration des postes, tandis qu'ils sont encore séparés en France. La Délégation de Tours les avait réunis, j'ignore pourquoi l'on est revenu sur une décision qui paraît sage. Une étude approfondie du système anglais conduirait infailliblement à revenir au système économique adopté provisoirement pendant la guerre.

» Des professeurs privés préparent les candidats télégraphiers, qui sont admis après examen. Deux mille agents ont reçu leur diplôme et leur fonction pendant l'année 1870. Les connaissances exigées sont les manipulations indispensables, mais l'avancement et des hautes payes sont acquises aux agents qui font preuve de connaissances supérieures. Les femmes sont admissibles comme les hommes, et dans un bref délai il n'y aura point en Angleterre de bureau de poste où l'agent ne sache l'usage du télégraphe.

Nous ne décrirons point l'établissement central, nous indiquerons seulement une innovation susceptible d'être généralisée dans tous les services publics, et de diminuer dans une forte proportion le nombre des agents supérieurs.

» Les secrétaires des principaux officiers savent la sténographie, de sorte qu'ils peuvent écrire avec rapidité une multitude d'ordres et de dépêches; les sous-secrétaires, en nombre plus considérable, sont employés à traduire les notes prises par leurs supérieurs. Ce système de sténographie privée se répand dans le barreau. Un de nos amis, M. Josiah Merrimacc, solliciteur très-dévoué à la France, en fait un très-grand usage, et, depuis quelques mois qu'il s'en sert, il a trouvé moyen de doubler le chiffre de ses affaires, tout en ayant peut-être plus de loisirs. Appliqué au journalisme et même à la littérature, il rendrait des services immenses.

» La nécessité dans laquelle nous nous trouvons de réorganiser les services publics sur des bases réellement scientifiques est l'excuse que j'invoquerai pour avoir soumis ces remarques à l'Académie. Je prendrai la liberté de joindre à ces remarques un article du *Times*, dont je peux garantir l'exactitude, et qui donnera beaucoup d'autres détails sur l'organisation télégraphique anglaise. Peut-être l'Académie verra-t-elle avec plaisir quelques spécimens permettant de se convaincre que je n'ai rien exagéré en parlant du développement que les télégrammes des journaux anglais ont fini par prendre. »

PHYSIOLOGIE. — *Recherches sur l'hydrate de chloral.* Note de **M. H. Byasson**, présentée par M. Ch. Robin.

« Ayant entrepris, il y a plus d'une année, une étude sur l'hydrate de chloral, et spécialement sur son action physiologique, nous soumettons à l'Académie quelques-uns des résultats principaux déduits de nos expériences, en attendant que nous puissions, après avoir atteint le but proposé, lui présenter un Mémoire détaillé à l'appui. Contrairement aux conclusions de M. Oscar Liebreich et de quelques autres expérimentateurs, en nous fondant sur l'action comparée du chloroforme, du formiate de soude, de l'hydrate de chloral, de l'acide trichloracétique et du trichloracétate de soude, sur des grenouilles, des rats et des chiens, et incidemment sur l'homme pour l'hydrate de chloral, nous formulerons les propositions suivantes :

» 1°. L'action de l'hydrate de chloral sur des organismes similaires est différente de celle du chloroforme;

» 2° Cette action est spéciale à ce corps, mais elle peut être considérée comme la résultante de celle des deux produits dans lesquels il se dédouble, principalement au contact du sang, savoir : le chloroforme et l'acide formique;

» 3° L'action de l'hydrate de chloral sur l'organisme animal est différente de celle de l'acide trichloracétique et du trichloracétate de soude, qui se dédoublent en chloroforme et acide acétique, tout en étant comparables.

» Une partie du chloroforme formé par l'action des carbonates alcalins du sang sur l'hydrate de chloral s'élimine par la voie pulmonaire; une partie de l'acide formique se retrouve dans l'urine à l'état de formiate de soude. Pour résumer pratiquemmment l'action effective de l'hydrate de chloral telle que les expériences nous l'ont montrée, nous distinguerons trois degrés, atteints graduellement et successivement par des doses croissantes, mais variables suivant les individus :

» Premier degré : action soporifique faible et sédation légère du système nerveux sensitif, pouvant s'accompagner par intermittences d'une agitation particulière comparable à celle que produisent certains rêves;

» Deuxième degré : action soporifique énergique et impérieuse, avec diminution de la sensibilité : à cette période correspond un sommeil calme, d'une durée variable, mais sans trouble apparent des fonctions principales de la vie : par des doses successives, administrées dès que l'action des premières a presque complétement disparu, le sommeil peut être entretenu pendant une période relativement très-longue;

» Troisième degré : action anesthésique, avec perte complète de la sensibilité générale et résolution musculaire : presque toujours nous avons vu la mort survenir lorsque nous avions réellement atteint cette période, et la raison en est facile à donner : une dose considérable d'hydrate de chloral a dû être administrée, et on n'est pas maître, à un moment donné, de soustraire l'organisme à l'action du médicament agissant progressivement jusqu'à sa complète transformation et élimination. »

M. **Brachet** adresse une nouvelle Note sur l'application des retouches locales au télescope Lemaire.

Cette Note sera soumise, comme les précédentes, à l'examen de M. Babinet.

La séance est levée à 5 heures. É. D. B.

ERRATA.

(Séance du 27 mars 1871.)

Page 355, première formule (a), *au lieu de* p_y^o, *lisez* p_{xy}^o.

Page 358, dernière ligne de texte, *au lieu de* $\mathrm{a}_{y^2z}^o$, *lisez* $\mathrm{a}_{y^3z}^o$.

(Séance du 17 avril 1871.)

Page 480, deuxième formule (4), *au lieu de* B, *lisez* $\mathfrak{B}$.

» formules (5), *au lieu de* l, *lisez* e.

(Séance du 29 mai 1871.)

Page 650, ligne 5 en remontant, *au lieu de* Il en faut bannir non-seulement les étymologies reconnues pour fausses, mais encore celles..., *lisez* Il en faut seulement bannir les étymologies reconnues pour fausses, et même celles....

Page 652, ligne 8 en remontant, *au lieu de* le mot s'applique à un équipage de quatre ou six chevaux (nombre qu'on ne prend guère que pour voyager) et aux relais..., *lisez* le mot s'applique à un équipage de quatre ou de six chevaux (nombre que l'on ne prend guère que pour un voyage, qui, s'il est un peu long, exige un changement aux relais).

(Séance du 5 juin 1871.)

Page 682, ligne 3, *au lieu de* la place devenue vacante, dans la Section de Chimie, par le décès de M. Payen (Renvoi à la Section de Chimie), *lisez* la place devenue vacante, dans la Section d'Économie rurale, par le décès de M. Payen (Renvoi à la Section d'Économie rurale).